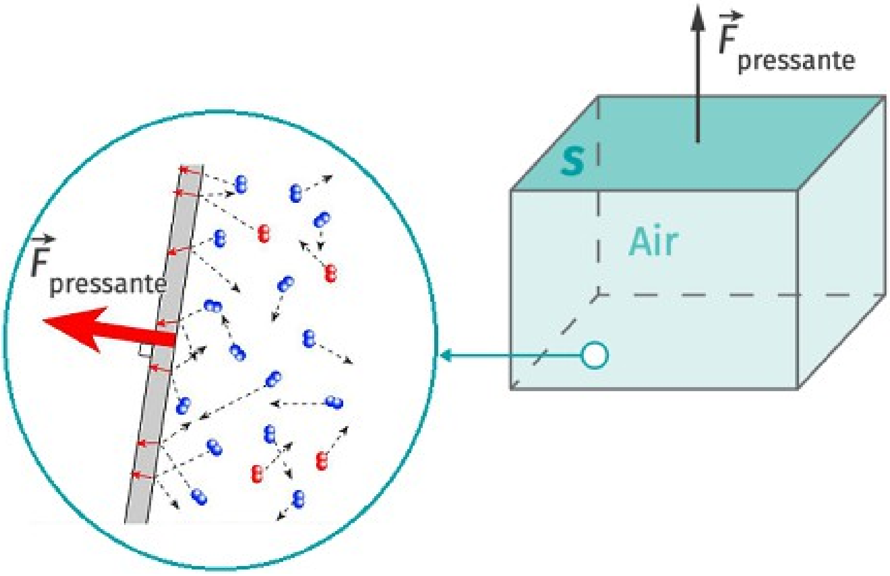
. Statique des fluides .

I. Rappels de première spécialité.

1. Pression & force pressante.

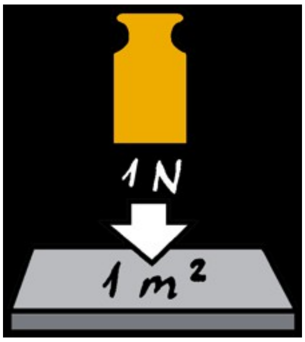


✗ Définitions.

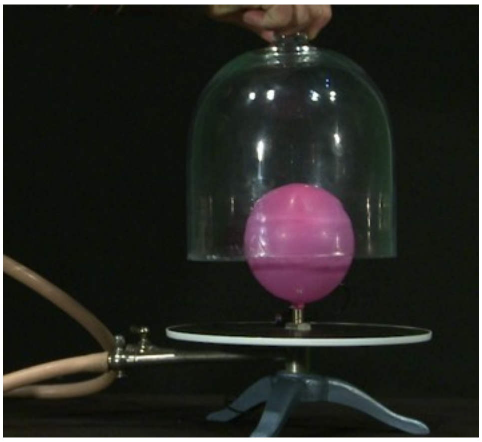
$$\boxed{dP = \vec{F}_{pressante}.d\vec{S}}$$

$$\rightarrow \underbrace{\text{Pression}}_{\text{Pascal Pa}} : \underbrace{\text{force surfacique}}_{\text{N.m}^{-2}}.$$

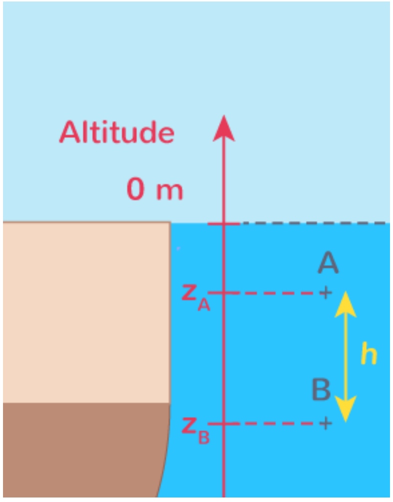
1 Pa :



✗ Expériences, illustrations.



2. Loi de la statique des fluides.

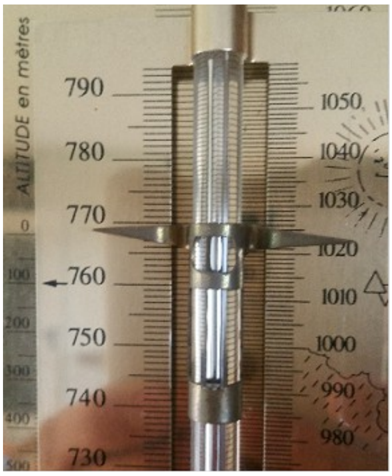


✗ Énoncé.

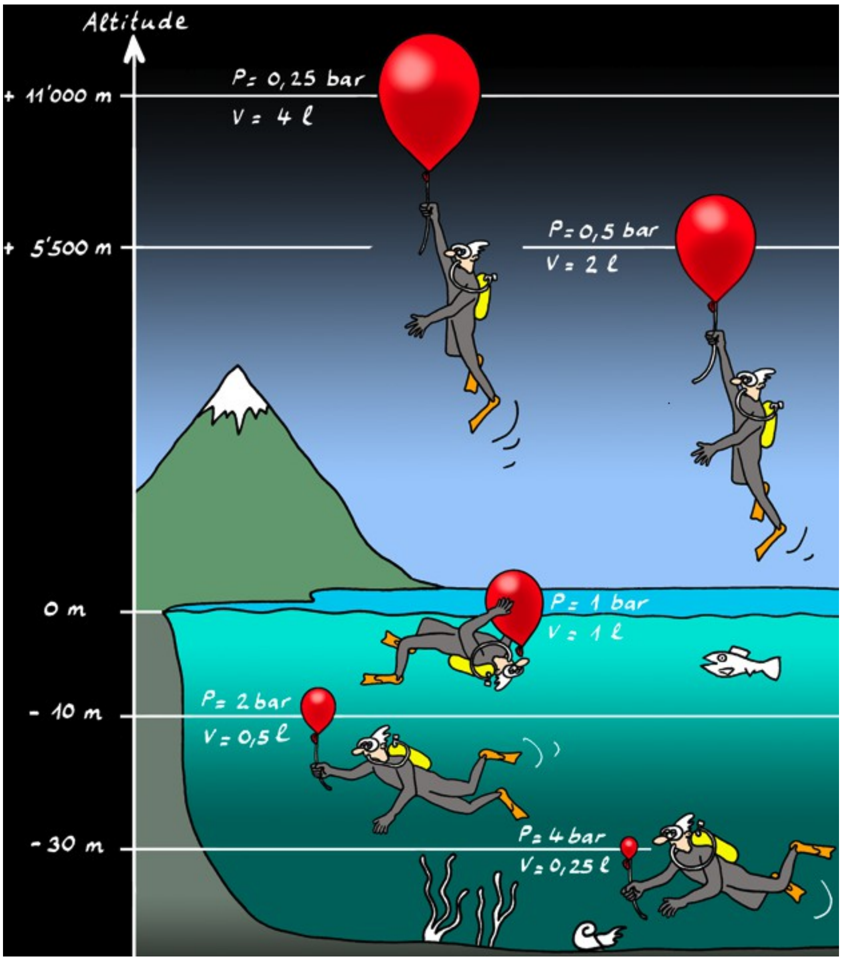
Pour un fluide incompressible de masse volumique ρ_{fluide}, au repos dans le champ de pesanteur $\vec{g}_{Terre}$

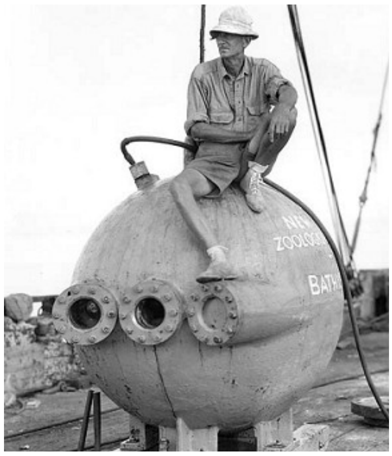
$$\boxed{\begin{array}{l} \overrightarrow{\mathrm{grad}}(P) = -\rho.\vec{g}_{Terre} \\ P_B = P_A + \rho.g_{Terre}.(z_A - z_B) \end{array}}$$

✗ Expériences, illustrations.



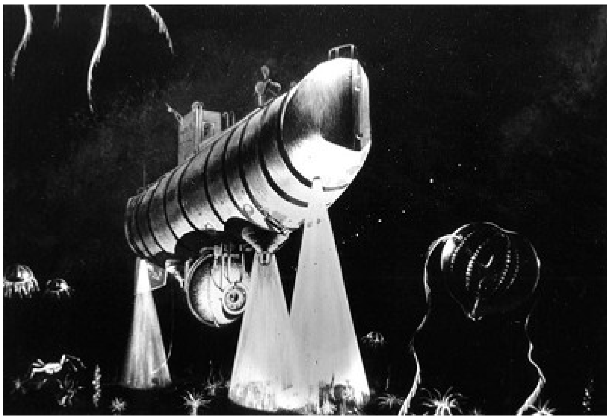
Puy de Dome
1647





- **le bathyscaphe.**

Une bathysphère, *(du grec ancien βάθος bathos, profond)* est un submersible sphérique sans autonomie, descendu sous l'eau à l'aide d'un câble.



Le Trieste est un bathyscaphe développé par Auguste Piccard.
Sous le pilotage de Jacques Piccard (fils d'Auguste), il effectue une descente à 10 916 m dans la fosse des Mariannes, établissant ainsi le record du monde de la plus profonde plongée de l'histoire.

L'habitacle de la bathysphère, réduit au minimum pour minimiser le poids tout en étant capable de résister aux très fortes pressions abyssales (1000 bars) est constitué d'une sphère en acier d'un diamètre intérieur d'environ deux mètres et d'une épaisseur de neuf à quinze centimètres.

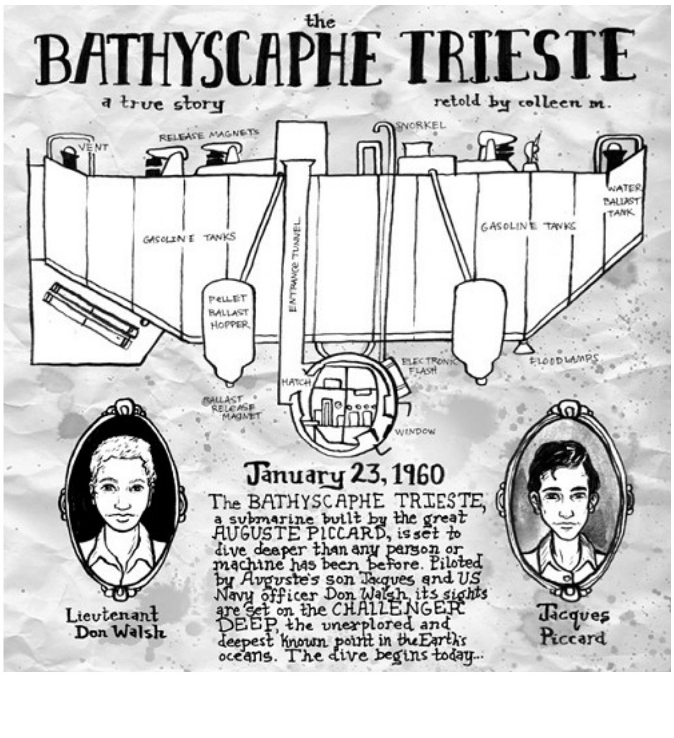
a. Justifiez rapidement la valeur de la pression évoquée à 10 km de profondeur.
b. Représentez sur un schéma les forces pressantes s'exerçant sur la paroi de la bathysphère. En cas de d'accident, la bathysphère risque-t-elle d'imploser ou d'exploser ? Pourquoi lui avoir donné une forme sphérique à la bathysphère ?

Le flotteur, construit en acier et en aluminium, contient une essence plus légère que l'eau.

Pour éviter son écrasement durant la plongée, le flotteur est ouvert dans sa partie basse pour équilibrer les pressions interne et externe. De ce fait, la structure est relativement légère.

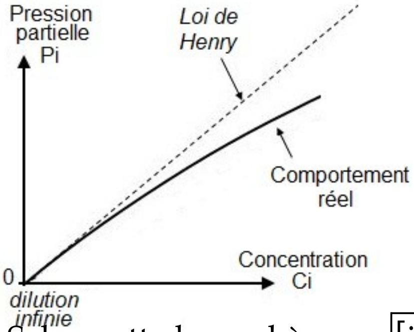
L'essence a été choisie parce qu'économique et liquide, alors que les gaz sont trop compressibles pour une plongée très profonde.

Des silos en forme d'entonnoirs ouverts à leur extrémité inférieure contiennent de la grenaille de fonte servant de lest.



✗ Loi de Henry.

William Henry est un physicien et chimiste britannique. En 1803, il énonce une loi empirique sur la dissolution des gaz dans les liquides :



→ … « La concentration maximale d'un gaz en solution, en équilibre avec une atmosphère contenant ce gaz, est proportionnelle à la pression partielle de ce gaz »…
Il s'agit d'une idéalisation du comportement des solutions réelles.

Selon cette hypoyhèse : $\boxed{[i]_{Solution} = H_i . P_{\substack{partielle \\ gaz\ i}}}$ avec H_i : "constante de Henry" du "gaz i".

et $\boxed{P_{\substack{partielle \\ gaz\ i}} = \dfrac{n_{i_{gaz}}}{n_{total_{gaz}}} . P_{totale}}$

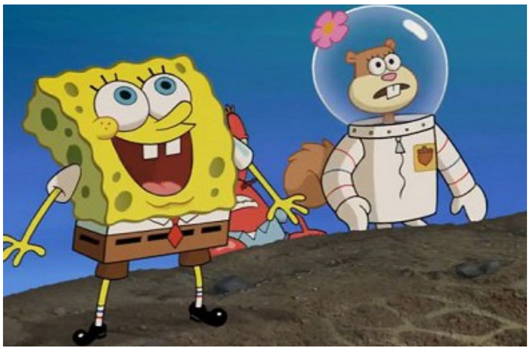
✗ *Données* :	Dioxygène	Diazote	Composition de l'atmosphère : 20% de dioxygène, 80 % de diazote
Constante de Henry *en mol.L^{-1}.atm^{-1}*	$H_{02} = 1,3.10^{-3}$	$H_{N2} = 6,1.10^{-4}$	

a. Déterminez les pressions partielles en dioxygène et diazote de l'atmosphère et en déduire la concentration du sang de ces deux espèces chimiques dans le sang d'un être humain à la surface du globe.
b. Que dire de la composition du sang d'un plongeur par rapport à celle d'un terrien ?

La narcose au diazote, aussi nommée « ivresse des profondeurs », est due à un excès de diazote dans le sang, entraînant des troubles du comportement.

Le Trimix est un mélange de gaz où une partie du diazote est remplacé par un autre gaz inerte : l'hélium. Son utilisation permet de supprimer le risque de narcose au diazote.

A la remontée, la pression environnante diminue et le diazote accumulé dans le sang et les tissus doit être rejeté progressivement via l'expiration.



Sans remontée progressive, en marquant des paliers de décompression cela peut engendrer de graves accidents comme des embolies.

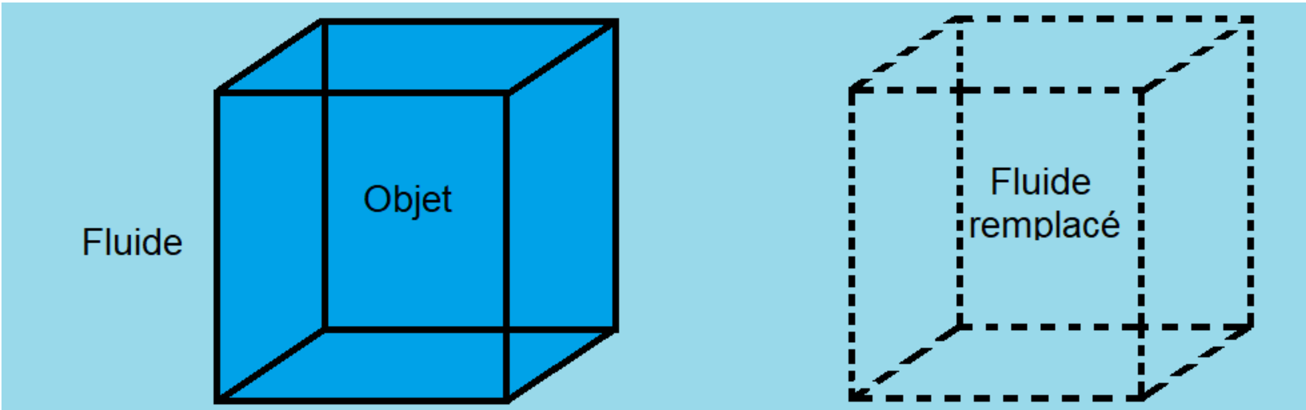
II. La poussée d'Archimède.

1. énoncé & démonstration.

« Tout corps plongé dans un fluide au repos subit une force verticale, dirigée de bas en haut et opposée au poids du volume de fluide déplacé »

$$\boxed{\vec{F}_{\substack{\text{fluide}\\ \to\text{objet}}} = -\rho_{fluide} \, . \, V_{\substack{\text{objet}\\ \text{immergé}}} \, . \, \vec{g}_{\text{Terre}}}$$

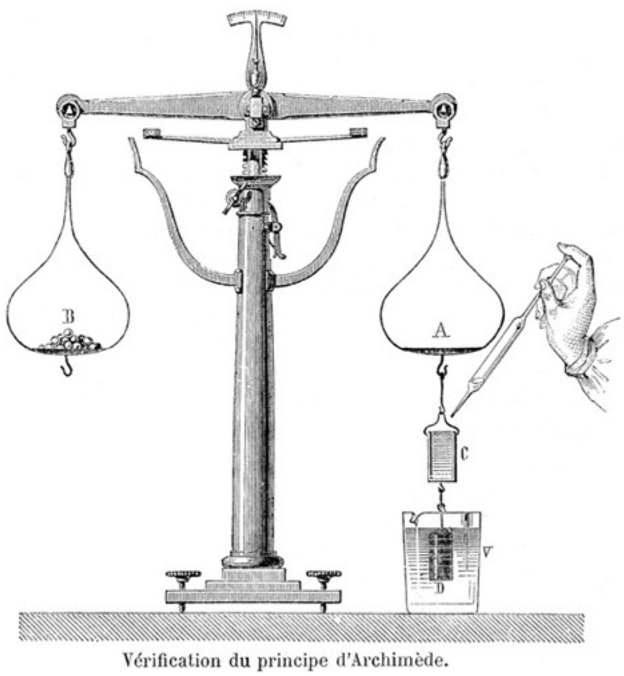
Hypothèses : force de nature surfacique, fluide au repos.



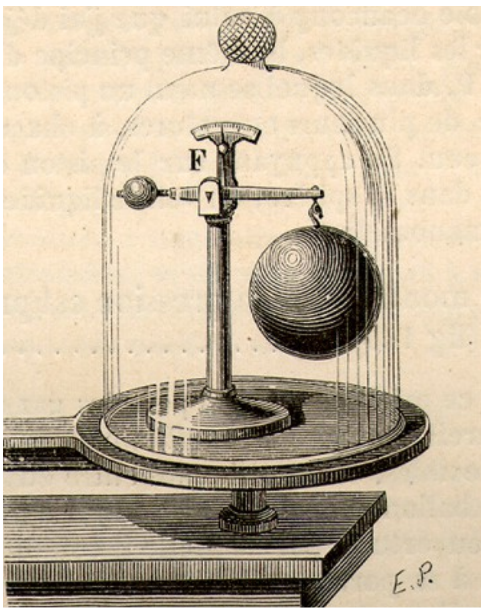
$$\text{Nature surfacique de l'interaction : } \vec{F}_{\substack{\text{fluide}\\ \to\text{objet}}} = \vec{F}_{\substack{\text{fluide}\\ \to\text{fluide remplacé}}}$$

$$\text{Fluide au repos : } \xrightarrow[\text{de Newton}]{2^{\text{nde}} \text{ loi}} \vec{F}_{\substack{\text{fluide}\\ \to\text{fluide remplacé}}} = -\vec{P}_{\substack{\text{fluide}\\ \text{remplacé}}}$$

Baroscope



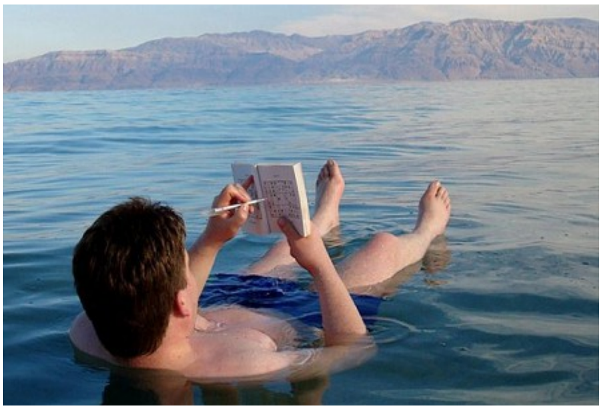
Balance hydrostatique.



2. Conséquences ; Divers.

✗ Flottabilité.

Un objet flottera sur un fluide si sa densité est inférieure à celle du fluide.
Ci-contre, une masse de laiton (alliage de cuivre et de zinc) flottant sur du mercure (densité de 13 …).



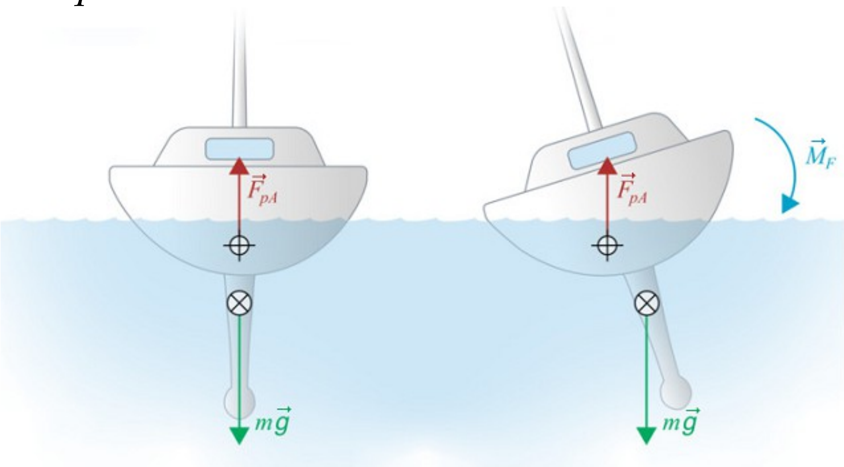
La mer Morte (également appelée« mer de Sel » ou « mer de Loth »).

Salinité de 27,5 % contre 4% dans les océans.

✗ Centre de poussée ; stabilité d'un équilibre.

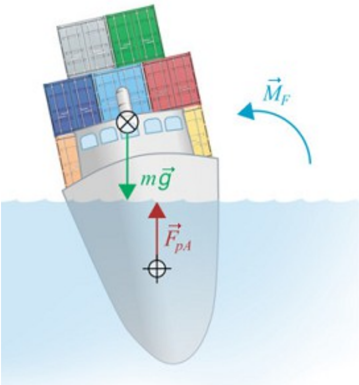
Si l'objet immergé est non homogène, le point d'application de son poids *(centre de gravité)* n'est pas le même que celui de la poussée d'Archimède *(centre de poussée).*

→ équilibre stable.

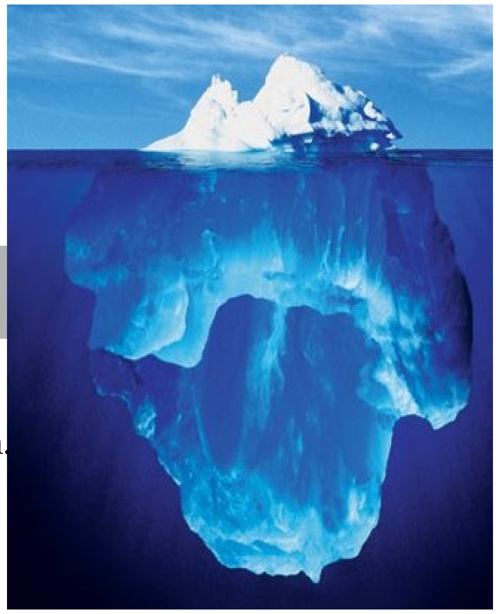


alcoomètre

→ équilibre instable.



3. Applications.



✗ **Iceberg.**

a. Déterminez le volume immergé d'un glaçon flottant à la surface d'un verre.

On applique la 2[nde] loi de Newton au système {glaçon}.

Celui - ci est étudié au repos dans le référentiel terrestre galiléen.

$$\longrightarrow \boxed{\sum \vec{F}_{ext \to syst} = \overrightarrow{poids}_{syst} + \vec{\Pi}_A = m_{syst}.\vec{a}_{syst}}$$

Le système étant au repos, on a : $\boxed{\vec{a}_{syst} = \vec{0}}$

Par projection selon la direction verticale :

$$\boxed{-m_{syst} \cdot g_{Terre} + m_{\substack{fluide \\ remplacé}} \cdot g_{Terre} = 0}$$

On ne considèrera ici que la poussée d'Archimède exercée par l'eau.

Celle exercée par l'air sera tenue pour négligeable devant celle ci ($\rho_{eau} >> \rho_{air}$)

$$\text{avec :} \begin{cases} m_{syst} = \rho_{glace}.V_{Total_{glaçon}} \\ m_{\substack{fluide \\ remplacé}} = \rho_{eau}.V_{immergé_{glaçon}} \end{cases}$$

$$\text{d'où :} \boxed{\frac{V_{immergé_{glaçon}}}{V_{total_{glaçon}}} = \frac{\rho_{glace}}{\rho_{eau}}} = d_{glace} = \underline{0{,}92}$$

b. Le niveau de l'eau dans le verre sera-t-il modifié par la fonte totale du glaçon ?

Cela revient à comparer la situation initiale, où le niveau du verre dépend du volume d'eau initial et de celui du glaçon immergé ; à celle finale quand le glaçon a fondu.
Il faut alors considérer le volume d'eau initial plus celui correspondant au volume d'eau issu de la fonte totale du glaçon.

$$\boxed{\begin{cases} V_{ini_{total}} = V_{ini_{eau}} + V_{glaçon_{immergé}} = V_{ini_{eau}} + \underbrace{\frac{\rho_{glace}}{\rho_{eau}}.V_{total_{glaçon}}}_{V_{glaçon_{immergé}}} \\ V_{final_{total}} = V_{ini_{eau}} + \underbrace{V_{glaçon_{fondu}}}_{?} \end{cases}}$$

Déterminons le volume d'eau généré par la fonte du glaçon.

Nous allons exploiter la conservation de la masse d'eau lors d'un changement d'état.

$$\longrightarrow \boxed{m_{glaçon_{fondu}} = m_{glaçon}} \text{ soit } \rho_{eau}.V_{glaçon_{fondu}} = \rho_{glace}.V_{total_{glaçon}}.$$

On en déduit que $V_{glaçon_{fondu}} = \dfrac{\rho_{glace}}{\rho_{eau}} . V_{total_{glaçon}}$.

On constate que $\boxed{V_{glaçon_{immergé}} = V_{glaçon_{fondu}}} \longrightarrow \boxed{V_{ini_{total}} = V_{final_{total}}}$

Le niveau de l'eau est donc inchangé suite à la fusion totale du glaçon.
On peut en conclure que la fonte d'un iceberg n'influence pas le niveau de l'océan (Cas de la banquise).
Ce ne sera pas le cas pour des glaces « ne flottant pas », mais reposant sur un plancher rocheux (cas des continents Arctique et Antarctique).

Nous avons fait certaines approximations (négligence de la poussée d'Archimède de l'air devant celle de l'eau), constance de la masse volumique de l'eau en fonction de la Température.

Donnée : densité de la glace : $d_{Glace} = 0{,}92$;

✗ **Stairway to heaven.**

Le LZ 129 Hindenburg, construit par la firme allemande Zeppelin, est le plus grand dirigeable commercial jamais réalisé et affecté sur une ligne régulière.

Après 14 mois de service actif, il est détruit par un incendie, le 6 mai 1937, lors de son atterrissage dans le New Jersey.

Sa sustentation était assurée grâce à des réservoirs de dihydrogène d'un volume cumulé d'environ 155 000 m^3.

→ https://fr.wikipedia.org/wiki/LZ_129_Hindenburg

a. Rappelez la composition moyenne de l'atmosphère terrestre.
En déduire la masse molaire de l'air atmosphérique.

En considérant l'atmosphère comme un mélange de gaz parfaits
à proportion de 80% de diazote N_2 et 20% de dioxygène O_2,

il vient $\boxed{M_{air} = 0{,}8 * \underbrace{M_{N_2}}_{28\,g.mol^{-1}} + 0{,}2 * \underbrace{M_{O_2}}_{32\,g.mol^{-1}}} \sim \boxed{29 \text{ g.mol}^{-1}}$

b. Rappelez le modèle du gaz parfait et l'équation d'état associée.
En déduire la masse d'air remplacée par les réservoirs de dihydrogène du Hindenburg.

Le "gaz parfait" est une modélisation idéalisée des gaz réels.
Les particules de gaz sont considérés comme ponctuelles et n'interagissant avec les unes avec les autres, ou avec les objets immergés, que par des chocs idéalisés également (élastiques).
Cette modélisation conduit à une équation reliant différents paramètres descriptifs :

$$\boxed{\overbrace{P_{gaz}}^{\text{en Pa}} . \overbrace{V_{gaz}}^{\text{en m}^3} = n_{gaz}.R.\underbrace{T_{gaz}}_{\text{en K}}}$$

L'air considéré est soumis à la pression atmosphérique (1 bar), à une température ~ 298 K.
En le modélisant par un gaz parfait, on peut déterminer la quantité de matière correspondante :

$$n_{air} = \frac{\overbrace{P_{atmo}}^{\text{en Pa}} . \overbrace{V_{air}}^{\text{en m}^3}}{R.\underbrace{T_{air}}_{\text{en K}}} \sim \frac{10^5 * 1{,}55.10^5}{8{,}314 * 298} \sim \underline{6{,}25.10^6 \text{mol.}}$$

On détermine : $\underline{m_{air} = n_{air}.M_{air}} \sim 6{,}25.10^6 \text{mol} * 29 \text{ g.mol}^{-1} \sim \underline{181 \text{ tonnes.}}$

c. Déterminez la charge utile maximale théorique du ballon.

La poussée d'Archimède $\vec{\Pi}_A$ subie par le ballon sera telle que :

$$\boxed{\left\|\vec{\Pi}_A\right\| = m_{air}.\left\|\vec{g}_{Terre}\right\|} \sim \underline{1{,}81.10^4 \text{N.}}$$

On comprend bien que le remplacement d'une masse d'air m_{air}, va permettre de faire flotter une masse m telle que $m \leq m_{air}$.
Le ballon présente une masse à vide (de charge) de 118 tonnes,
il pourra donc embarquer une charge utile $m_{utile} = 181 - 118 = \underline{63 \text{ tonnes.}}$

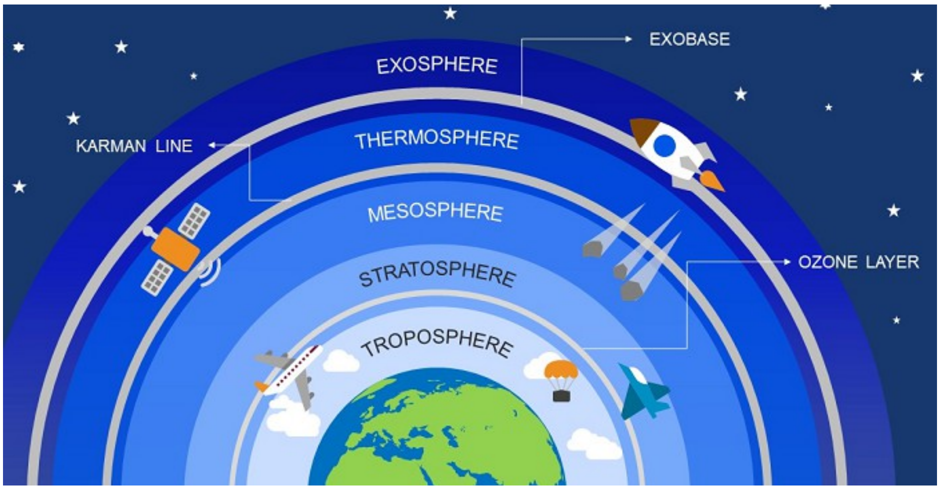
Données :	Azote	Oxygène
Masse molaire atomique	14 g.mol $^{-1}$	16 g.mol $^{-1}$

Masse à vide : 118 tonnes.

→ *https://www.youtube.com/watch?v=QkF3oxziUI4*

III. Ouverture.

L'atmosphère terrestre est l'enveloppe gazeuse, entourant la Terre, que l'on appelle air.
Il n'y a pas de limite précise entre l'atmosphère et l'espace, car elle devient de plus en plus ténue de manière continue.



Cependant, à partir de l'observation de la variation de la densité des gaz terrestres, on considère que l'épaisseur moyenne de l'atmosphère terrestre est d'environ 600 km. Néanmoins, 99 % de la masse de celle-ci se concentre en dessous de 30 km d'altitude.

« L'atmosphère isotherme » est une modèlisation simpliste d'atmosphère dans lequel on considère la température de celle-ci comme constante.

Cette modélisation permet d'établir une équation différentielle suivie par la p ession P :

$$\boxed{\frac{dP_{(z)}}{dz} + \rho_{(z)}.g_{Terre} = 0} \text{ avec : } \begin{cases} "z" : \text{altitude} \\ "\rho_{(z)}" : \text{masse volumique de l'atmosphère à l'altitude "z".} \end{cases}$$

a. En utilisant la relation des gaz parfaits, montrez que la masse volumique de l'air à l'altitude « z » peut se mettre sous la forme :

$$\boxed{\rho_{(z)} = \frac{P_{(z)}.M_{air}}{R.T}}$$

La loi des gaz parfaits établit que : $P_{(z)}.V = n_{air}.R.T$

Par définition pour un volume considéré : $\begin{cases} m_{air} = n_{air}.M_{air} \\ \rho_{air} = \dfrac{n_{air}}{V_{air}} \end{cases}$.

La combinaison de ces différentes relations conduit à : $\boxed{\rho_{(z)} = \dfrac{P_{(z)}.M_{air}}{R.T}}$

b. Montrez que la pression P(z) vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\boxed{\frac{dP_{(z)}}{dz} + \frac{1}{H_0.}P_{(z)} = 0}$$ "H_0" est appelé hauteur caractéristique.

On précisera son expression et on calculera sa valeur numérique.

$$\begin{cases} \dfrac{dP_{(z)}}{dz} + \rho_{(z)}.g_{Terre} = 0 \\ \rho_{(z)} = \dfrac{P_{(z)}.M_{air}}{R.T_{air}} \end{cases} \longrightarrow \boxed{\dfrac{dP_{(z)}}{dz} + \dfrac{1}{H_0}.P_{(z)} = 0}$$

avec $\boxed{H_0 = \dfrac{R.T_{air}}{M_{air}.g_{Terre}}} \xrightarrow{A.N} H_0 \sim \dfrac{8,31 * 298K}{29.10^{-3}kg.mol^{-1} * 10m.s^{-2}} \sim \underline{8,5km.}$

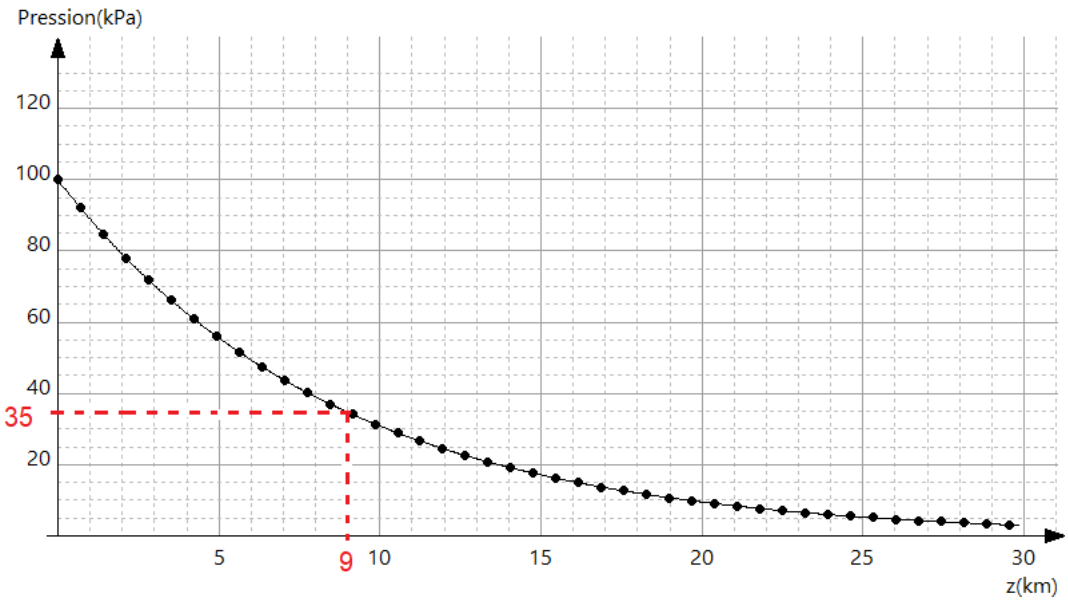
c. Proposez une expression suivie par la pression atmosphèrique en fonction de l'altitude « z ».
Tracez une allure de l'évolution de la pression selon ce modèle.
Quelle serait la pression en haut de l'Everest selon celui-ci ?

$\boxed{\dfrac{dP_{(z)}}{dz} + \dfrac{1}{H_0}.P_{(z)} = 0}$. Il s'agit d'une équation différentielle d'ordre 1.

Par analogie, on peut en proposer la solution suivante :

$\boxed{P_{(z)} = P_{(z=0)}.e^{-\frac{z}{H_0}}}$ avec $P_{(z=0)} \sim 1013$ hPa

En considérant une altitude de 9 km pour le Mont Everest, on obtient graphiquement une pression de l'ordre de seulement 35 % de celle au sol.



Par le calcul :

$\boxed{P_{(z)} = P_{(z=0)}.e^{-\frac{z}{H_0}}}$ avec $P_{(z=0)} \sim 1013$ hPa

$\xrightarrow{A.N} P_{(9000m)} = P_{(z=0)}.\underbrace{e^{-\frac{9000}{8500}}}_{\sim 0,35} \sim \underline{347mbar}$

Ce modèle simpliste permet d'obtenir des ordres de grandeurs acceptables de la pression dans la troposphère (jusqu'à 10 – 15 km d'altitude).