

. Dynamique des fluides .

I. Cadre de l'étude.

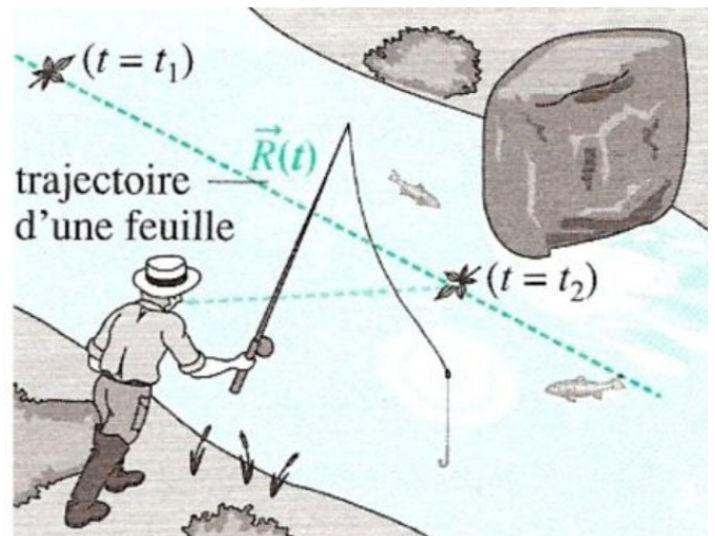
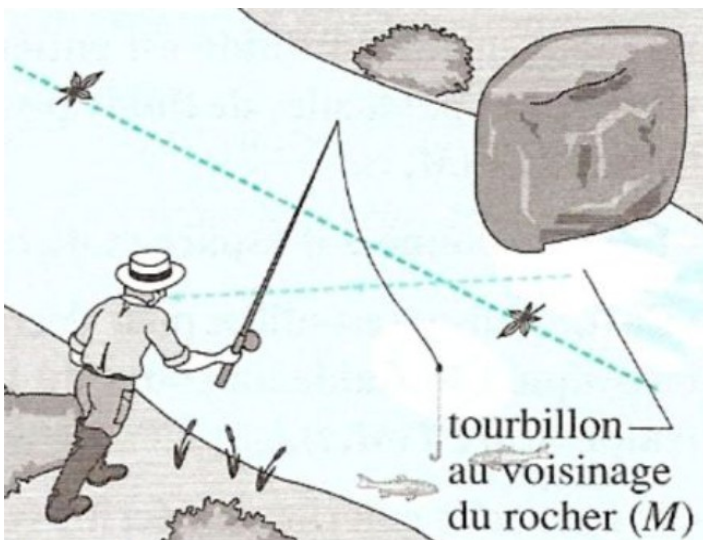
1. Lagrangien & Eulérien.



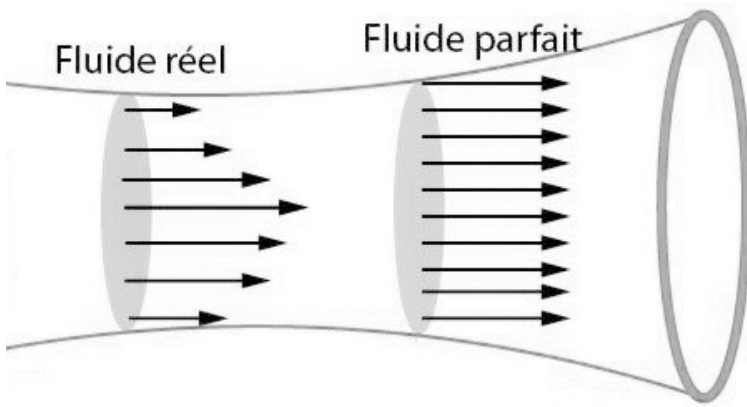
Vision Eulérienne



Vision Lagrangienne



2. Le fluide parfait.



Transfert thermique nul (écoulement adiabatique) ;
viscosité nulle ;
réversibilité.

Conséquence : → uniformité du champ des vitesses.

3. Ecoulement permanent d'un fluide incompressible.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{régime permanent indépendant du temps (stationnaire): } \longrightarrow \frac{\partial}{\partial t} = 0 \\ \\ \text{Fluide incompressible et homogène: } \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{dV}{dP} = 0 \\ \overline{\text{grad}}(\rho_{(M,t)}) = \vec{0} \end{array} \right. \quad \rightarrow \rho_{(M,t)} = \text{cste} \end{array} \right.$$

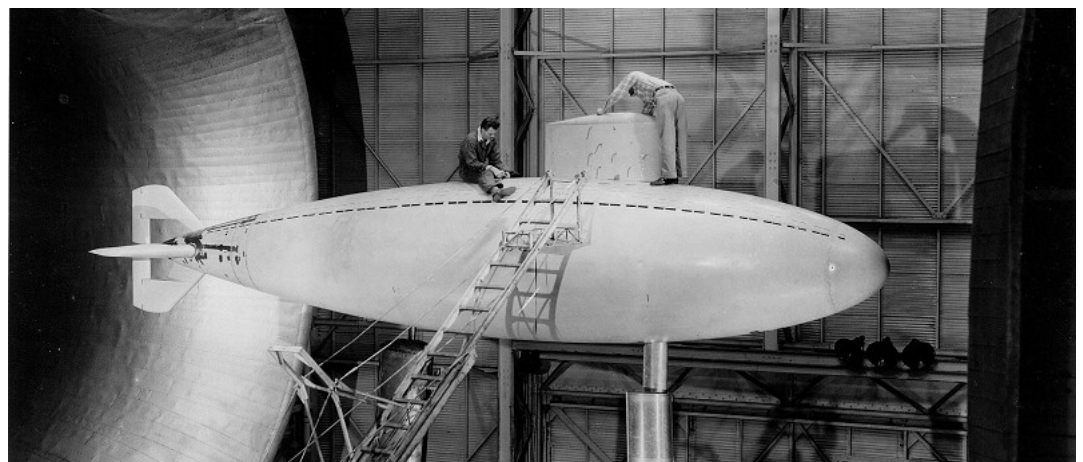
✗ Fluide compressible et écoulement incompressible.

fluide incompressible → écoulement incompressible

écoulement incompressible ✗ fluide incompressible

Cadre de validité typique pour les gaz : $v \ll c$.

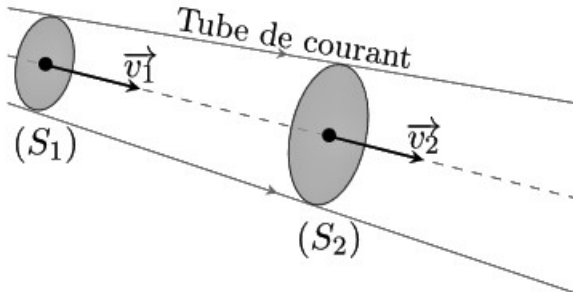
*Soufflerie de
Langley (USA)*



II. Quelques relations.

1. La conservation de la masse.

a. Forme intégrale et locale.



→ Bilan de masse sur un volume de contrôle fixe V et de masse $m(t)$. (En l'absence de sources ou puits).

$\Delta m(t) = \ll \text{Ce qui rentre moins ce qui sort} \gg$

$$\iiint_{\text{Volume } V} \frac{\partial \rho_{(M,t)}}{\partial t} \cdot d\tau + \underbrace{\oint_{\text{Surface fermée } S} \rho_{(M,t)} \cdot \vec{v}_{(M,t)} \cdot d\vec{S}}_{\text{Débit massique algébrique}} = 0.$$

avec $\vec{j}_{(M,t)}$ vecteur densité volumique de courant de masse.

Le débit massique est défini comme : $D_m = \oint_S \vec{j}_{(M,t)} \cdot d\vec{S}$

ou encore sous forme locale, via le théorème de Green – Ostrogradski :

$$\boxed{\frac{\partial \rho_{(M,t)}}{\partial t} + \text{div}(\vec{j}_{(M,t)}) = 0}$$

b. cas des fluides incompressibles et homogènes.

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_{(M,t)}}{\partial t} + \text{div}(\vec{j}_{(M,t)}) = 0 \\ \frac{\partial \rho_{(M,t)}}{\partial t} = 0 \end{cases} \longrightarrow \text{div}(\vec{j}_{(M,t)}) = 0.$$

Cela revient à dire que le flux du vecteur densité volumique de courant de masse au travers d'une surface fermée est nul.

le vecteur $\vec{j}_{(M,t)}$ est à flux conservatif.

Le débit massique se conserve : $D_{\text{massique}} = \text{constante}$

De plus si le fluide est homogène.

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\vec{j}_{(M,t)}) = 0 \\ \rho_{(M,t)} = \text{Constante} \end{cases} \longrightarrow \operatorname{div}(\vec{j}_{(M,t)}) = \operatorname{div}(\rho_{(M,t)} \cdot \vec{v}_{(M,t)}) = 0.$$

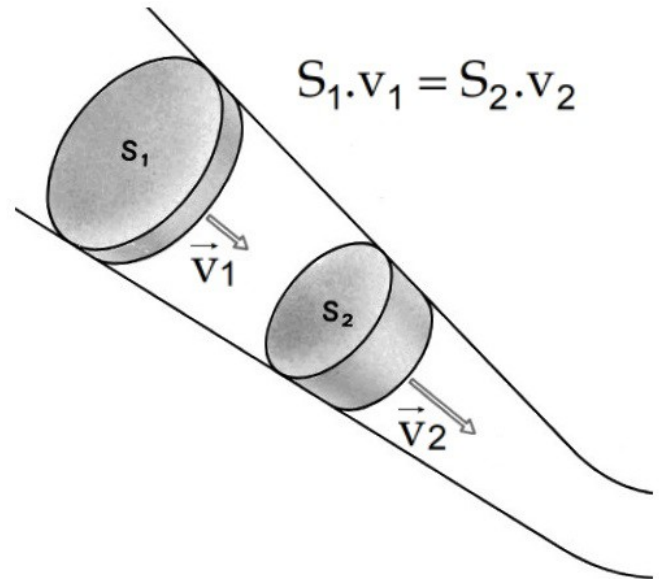
$\operatorname{div}(\vec{v}_{(M,t)}) = 0 \rightarrow$ le vecteur $\vec{v}_{(M,t)}$ est à flux conservatif.

Cela revient à dire que le flux du vecteur vitesse au travers d'une surface fermée est nul.

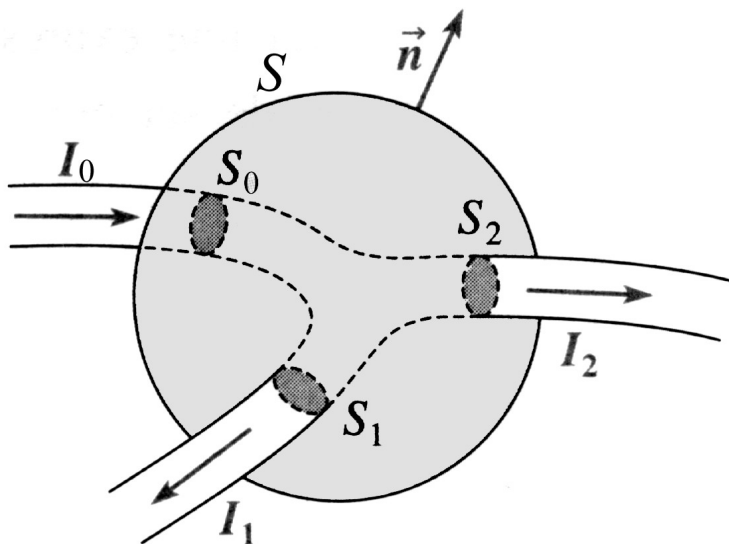
Le débit volumique se conserve :

$D_{\text{volumique}} = \text{constante}.$

On peut également le démontrer à partir de la relation : $D_{\text{massique}} = \rho \cdot D_{\text{volumique}}.$



Remarque.



On peut faire une analogie électrique :

vecteur densité volumique de charge, équation de la conservation de la charge et loi des noeuds en régime permanent, ou dans l'approximation de l'ARQP.

$$\begin{aligned} \vec{j}_{\text{charge}} &= \rho_{\text{charge}} \cdot \vec{v}_{\text{charge}} \\ I &= \iint_S \vec{j}_{\text{charge}} \cdot d\vec{S} \end{aligned}$$

2. L'équation d'Euler.

a. la dérivée particulière.

On s'intéresse aux variations d'une fonction du temps et de l'espace $f_{(M,t)}$.

$$df_{(M,t)} = \frac{\partial f_{(M,t)}}{\partial t} \cdot dt + \frac{\partial f_{(M,t)}}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial f_{(M,t)}}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial f_{(M,t)}}{\partial z} \cdot dz$$

$$\frac{df_{(M,t)}}{dt} = \frac{\partial f_{(M,t)}}{\partial t} + \frac{\partial f_{(M,t)}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f_{(M,t)}}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial f_{(M,t)}}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt} \text{ avec } \vec{v}_{(M,t)} = \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \cdot \vec{u}_x \\ \frac{dy}{dt} \cdot \vec{u}_y \\ \frac{dz}{dt} \cdot \vec{u}_z \end{pmatrix}$$

$$\frac{df_{(M,t)}}{dt} = \frac{\partial f_{(M,t)}}{\partial t} + \vec{v}_{(M,t)} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(f_{(M,t)}) \text{ notée } \frac{Df_{(M,t)}}{Dt} \text{ est appelée "dérivée particulière" de } f_{(M,t)}.$$

Cette dérivation tient compte des caractères non permanent et non uniforme de $f_{(M,t)}$.

Le terme associé au caractère non permanent de $f_{(M,t)}$ est appelé "dérivée locale".

Celui associé au caractère non uniforme est appelé "dérivée convective".

$$\boxed{\frac{Df_{(M,t)}}{Dt} = \underbrace{\frac{\partial f_{(M,t)}}{\partial t}}_{\text{dérivée locale}} + \underbrace{\vec{v}_{(M,t)} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(f_{(M,t)})}_{\text{dérivée convective}}}$$

C'est ce second terme qui est caractéristique de l'écoulement.

b. Dynamique locale des fluides.

Il s'agit de proposer une relation entre les contraintes s'exerçant sur le fluide et son mouvement.

Nous allons donc déterminer l'accélération particulière d'une particule de fluide.

Nous menons une étude volumique.

$$\rho \cdot \frac{D\vec{v}_{(M,t)}}{Dt} = \frac{\partial \vec{v}_{(M,t)}}{\partial t} + \vec{v}_{(M,t)} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{v}_{(M,t)}) = \sum_{\text{ext} \rightarrow \text{syst}} \vec{f}_{\text{volumique}}$$

Nous allons distinguer dans les forces de pression des autres.

Elles sont en quelque sorte responsables de l'écoulement

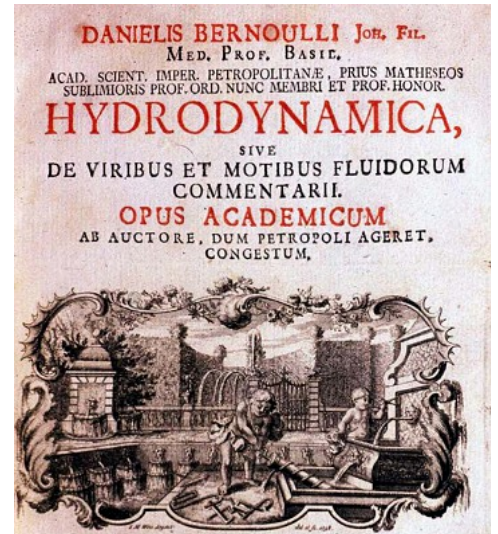
$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{f}_{\text{volumique de Pression}} = -\overrightarrow{\text{grad}}(P). \\ \rho \cdot \frac{D\vec{v}_{(M,t)}}{Dt} = \frac{\partial \vec{v}_{(M,t)}}{\partial t} + \vec{v}_{(M,t)} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{v}_{(M,t)}) = \sum_{\text{ext} \rightarrow \text{syst}} \vec{f}_{\text{volumique}} \end{array} \right.$$

$$\longrightarrow \frac{\partial \vec{v}_{(M,t)}}{\partial t} + \vec{v}_{(M,t)} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{v}_{(M,t)}) = \sum_{\text{ext} \rightarrow \text{syst}} \vec{f}_{\text{volumique "autres"}} - \overrightarrow{\text{grad}}(P)$$

Cette expression est l'équation d'Euler.

3. La relation de Bernoulli.

On fait l'hypothèse du fluide parfait et incompressible, en écoulement stationnaire, irrotationnel, soumis uniquement à l'action de la force de pesanteur. Ainsi qu'à l'action de forces pressantes.



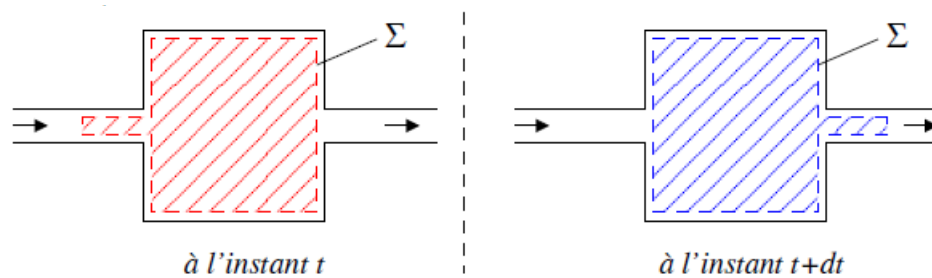
Expression.

$$\rho \cdot \frac{v^2}{2} + \rho \cdot g \cdot z + P = \text{Constante dans tout l'écoulement}$$

Démonstration.

On peut obtenir la relation de Bernoulli par l'application du premier principe de la thermodynamique.

La relation de Bernoulli peut être présentée comme un principe de conservation de l'énergie.



On effectue un bilan d'énergie, entre les instants t et $t+dt$, sur un système constitué d'un volume de contrôle Σ et des masses entrante et sortante durant dt

- x à l'instant t : le système est composé du fluide contenu à l'intérieur de Σ et d'une masse δm_1 fluide qui va entrer dans Σ entre t et $t + dt$.
- x à l'instant $t + dt$: le système est composé du fluide contenu à l'intérieur de Σ et d'une masse δm_2 fluide qui est sorti de Σ entre t et $t + dt$.

L'application du premier principe de la thermodynamique donne :

$$\boxed{dE = d(U + E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}}) = \delta W_{\text{ext}} + \delta Q_{\text{ext}}}$$

L'hypothèse du fluide parfait conduit à $\delta Q_{\text{ext}} = 0$; ainsi que $dU = 0$.

L'hypothèse de stationnarité de l'écoulement implique :

que $\delta m_1 = \delta m_2 = \delta m$ par conservation du débit massique.

que $dE = \delta m \cdot d\{ (e_{\text{cin}2} - e_{\text{cin}1}) + (e_{\text{pot}2} - e_{\text{pot}1}) \} = \delta W_{\text{ext}}$

Si l'on indice « 1 » (resp. « 2 ») les vitesses, section de l'écoulement et pression, alors :
le travail des forces pressantes durant dt est : $\delta W_{\text{ext}} = P_1 \cdot S_1 \cdot v_1 \cdot dt - P_2 \cdot S_2 \cdot v_2 \cdot dt$.

$$\text{Soit : } \delta W_{\text{Ext}} = \frac{\delta m}{\rho} \cdot (P_1 - P_2) \quad ; \quad \text{D'où : } \delta m \cdot \{ (e_{\text{cin}2} - e_{\text{cin}1}) + (e_{\text{pot}2} - e_{\text{pot}1}) \} = \frac{\delta m}{\rho} \cdot (P_1 - P_2) .$$

$$\text{avec } e_{\text{cin}} = \frac{v^2}{2} \text{ et } e_{\text{pot}} = g \cdot z + \text{cste} \quad ; \quad \rightarrow \text{d'où : } \boxed{\rho \cdot \frac{v^2}{2} + \rho \cdot g \cdot z + P = \text{Constante} .}$$

III. Applications.

1. L'effet Venturi.

Principe.

L'effet Venturi, du nom du physicien italien Giovanni Battista Venturi (1746 - 1822), est le nom donné à un phénomène de la dynamique des fluides où il y a formation d'une dépression dans une zone où les particules de fluides sont accélérées.

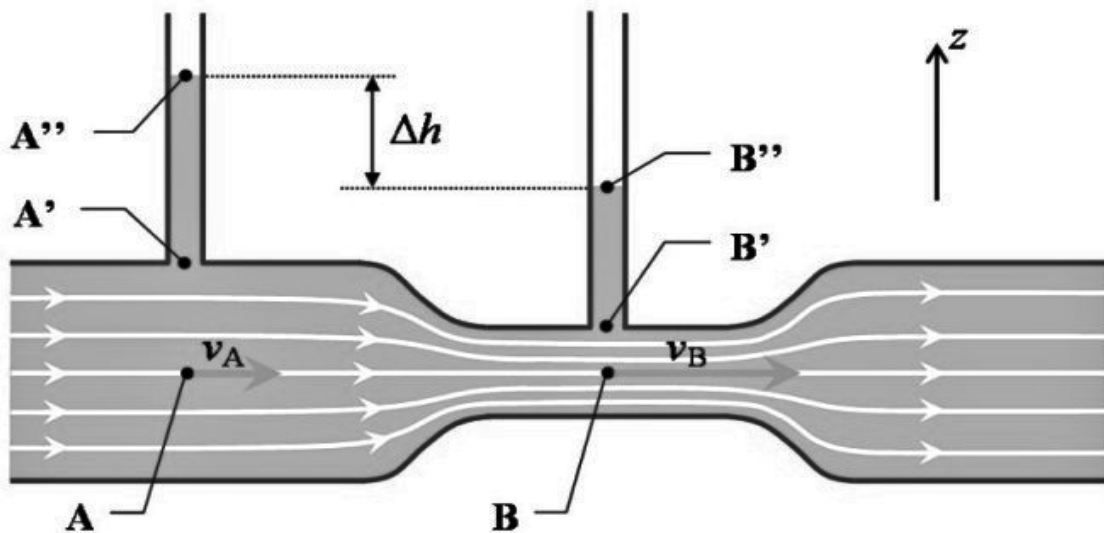
Wikipédia





L'effet Venturi est une manifestation du principe de conservation de la masse couplé à celui de conservation de l'énergie.

Mise en équation.



Dans le cadre de notre étude, nous avons conservation du débit massique et volumique.

$$\underbrace{S_A \cdot v_A = S_B \cdot v_B}_{\text{conservation débit volumique}} \text{ avec } S \text{ section de l'écoulement.}$$

On constate bien une augmentation de la vitesse lors du rétrécissement de la section du conduit.

La relation de Bernoulli est exploitable sous l'expression démontrée précédemment. Selon les notations de la figure ci-dessus, nous pouvons écrire que :

$$\rho \cdot \frac{v_A^2}{2} + \rho \cdot g \cdot z_A + P_A = \rho \cdot \frac{v_B^2}{2} + \rho \cdot g \cdot z_B + P_B$$

L'expression de la dépression associée se détermine en utilisant la relation de Bernoulli. Si la canalisation est horizontale, alors $\Delta E_{\text{pot}} = 0$ et donc :

$$\Delta P = P_B - P_A = \frac{\rho}{2} v_A^2 - v_B^2 = \frac{\rho}{2} v_A^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{S_A}{S_B} \right)^2 \right) ;$$

On peut évaluer ΔP à partir de Δh : $\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta h$ (*Statique des fluides incompressibles*)

Manifestations & applications.

x Mesure de Débit.

→ *Débitmètre*

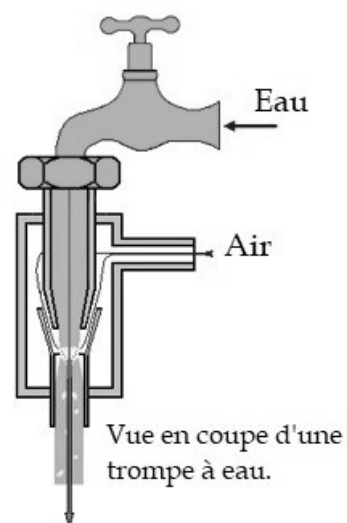
Le tube de Venturi est utilisé en aéronautique pour mesurer la vitesse relative en vol.



On l'utilise également sur des installations industrielles pour mesurer le débit d'un fluide dans une canalisation.

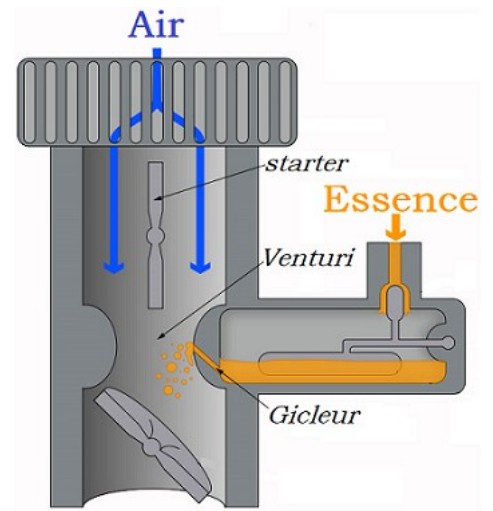
x Création d'une dépression.

→ *filtration Büchner sous vide partiel.*



Trompe à eau

x Pulvérisation d'un mélange gaz - liquide.
→ le carburateur.

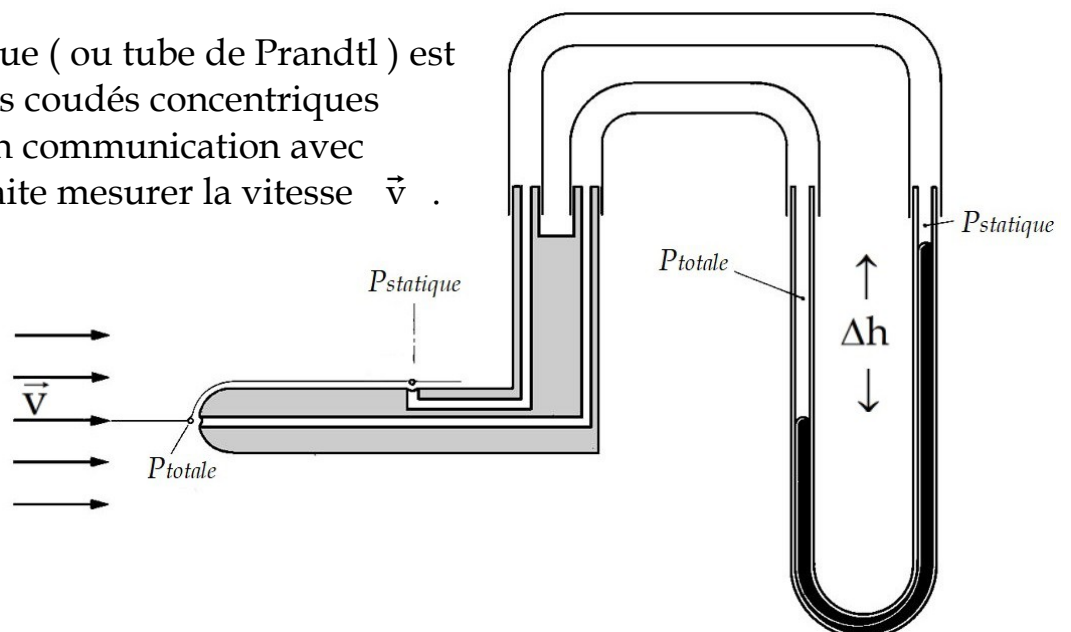


→ Aérographe ; poire à parfum.

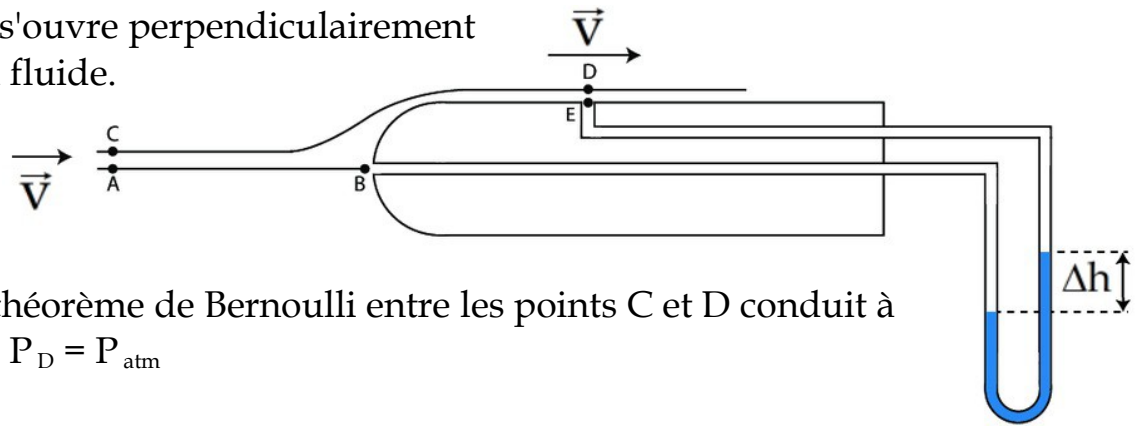


2. Le tube de Pitot.

Un tube de Pitot-statique (ou tube de Prandtl) est constitué de deux tubes coudés concentriques dont les orifices sont en communication avec le fluide dont on souhaite mesurer la vitesse \vec{v} .



Le tube extérieur s'ouvre perpendiculairement à l'écoulement du fluide.



L'application du théorème de Bernoulli entre les points C et D conduit à conclure que $P_C = P_D = P_{atm}$

Le tube intérieur est parallèle à l'écoulement du fluide, et est ouvert en son bout, face au flux. Le point B est un point d'arrêt pour le fluide : $v_B = 0$.

L'application de la relation de Bernoulli entre les points A et B conduit à :

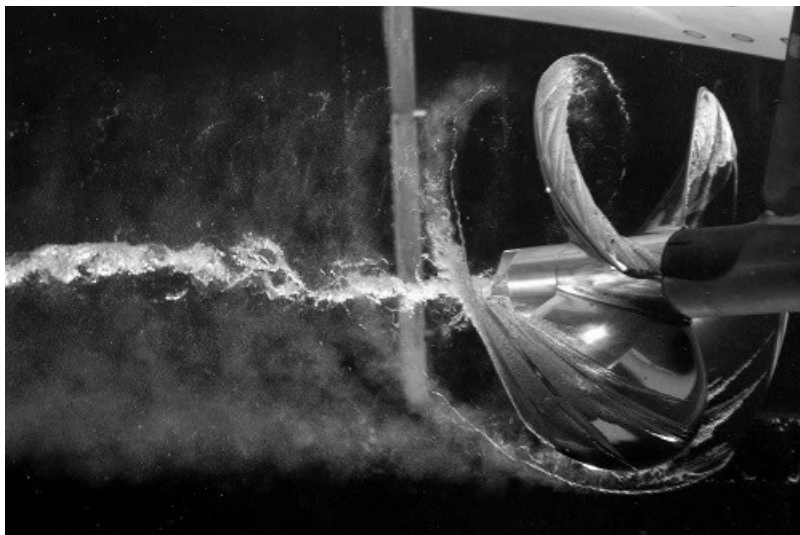


$$P_A + \frac{1}{2}\rho.v^2 = P_B$$

$$\text{or : } \begin{cases} P_A = P_C = P_D = P_E = P_{atm} \\ \text{et } P_B - P_E = \rho g \Delta h \end{cases} \text{ d'où : } v = \sqrt{2g\Delta h}$$

Le tube de Pitot est un instrument indispensable à la navigation aérienne.

3. La cavitation.



La chute de pression entraînée par l'accélération du fluide peut provoquer sa vaporisation partielle.

En effet, si cette dépression est suffisamment élevée, la pression peut devenir inférieure à la pression de vapeur saturante, et une bulle de vapeur est susceptible de se former.

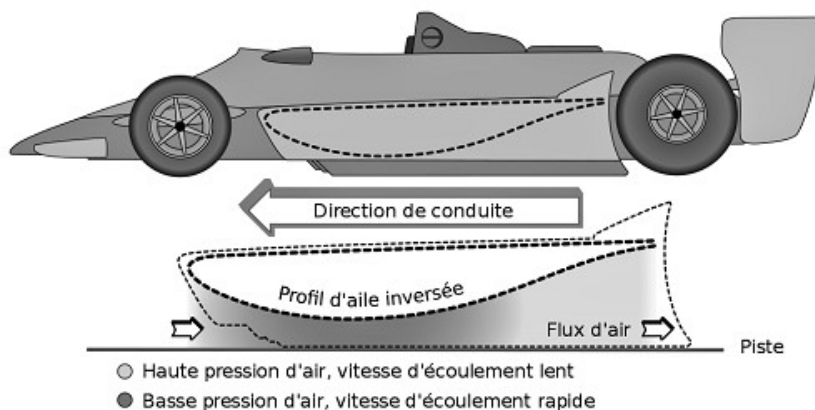
La cavitation est à l'origine de l'usure typique des hélices, turbines.

Le champ d'application est très vaste :
civil (*nettoyage par cavitation, traitement des calculs rénaux*),
militaire (*hydrodynamique des torpilles*).

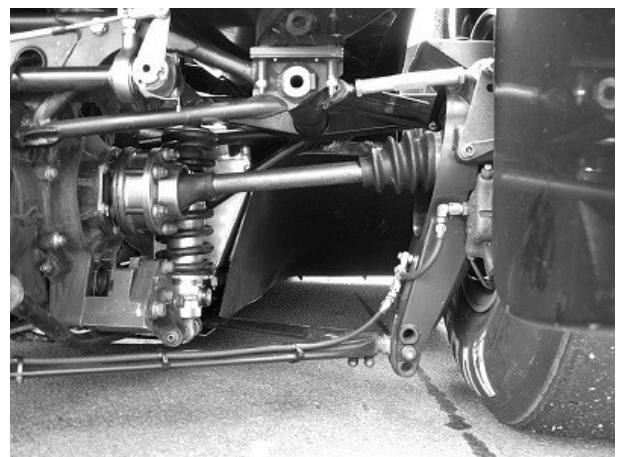


4. Effet de sol.

Un gain d'adhérence peut être obtenu en exploitant l'accélération de l'air « sous la voiture ».



Il en résulte un effet de sol, appelée déportance qui « colle » la voiture à la route.



Ci-contre, entrée d'un « tunnel Venturi » sous la formule 1 Lotus 79.

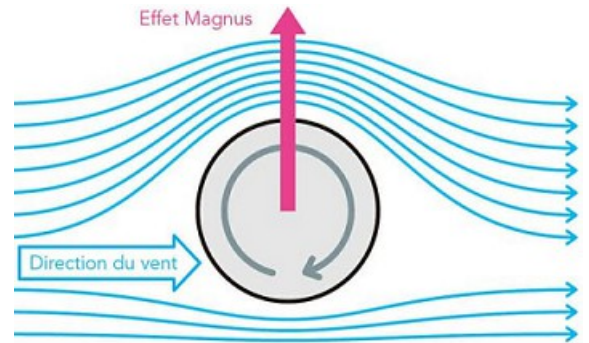
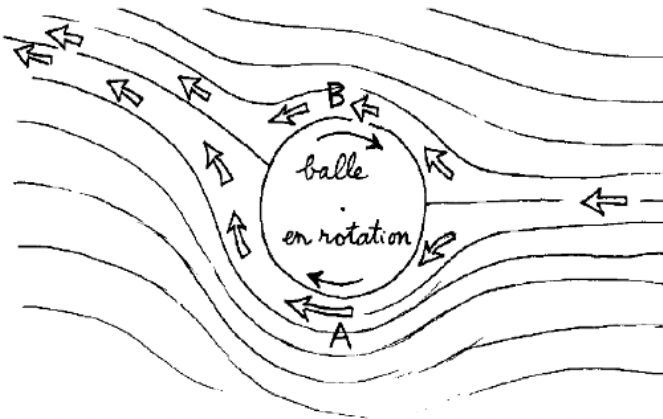


L'effet de sol a été amplifié sur la monoplace Brabham BT46 via une turbine auxiliaire.

→ https://fr.wikipedia.org/wiki/Brabham_BT46

5. Effet Magnus.

La vitesse du fluide en A est différente de la vitesse du fluide en B

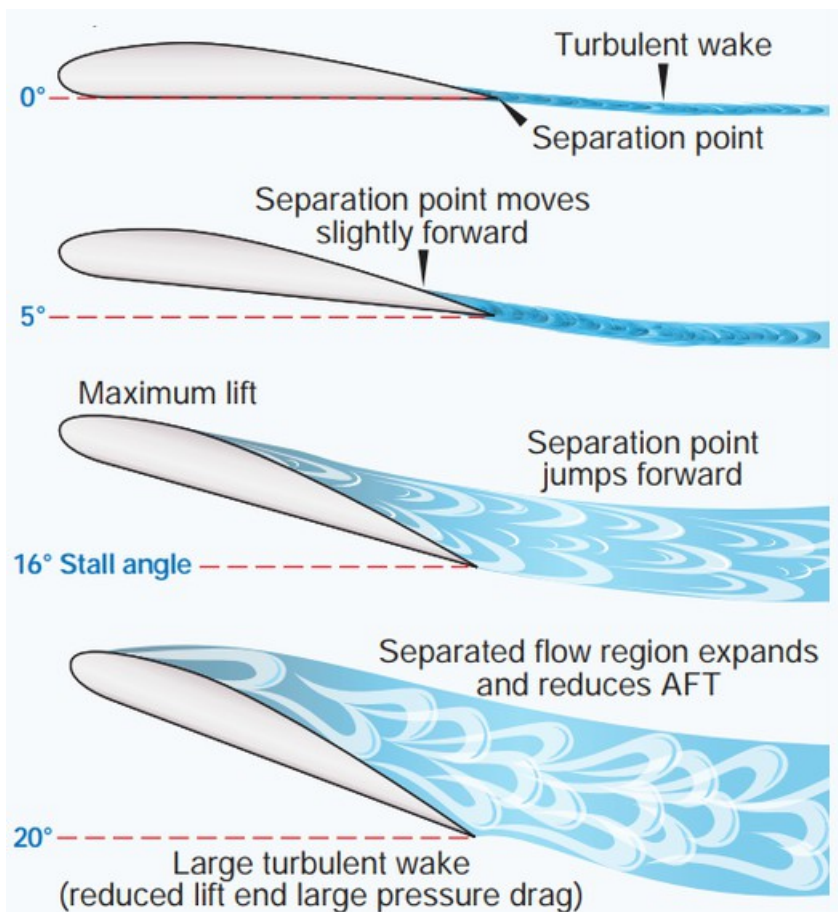
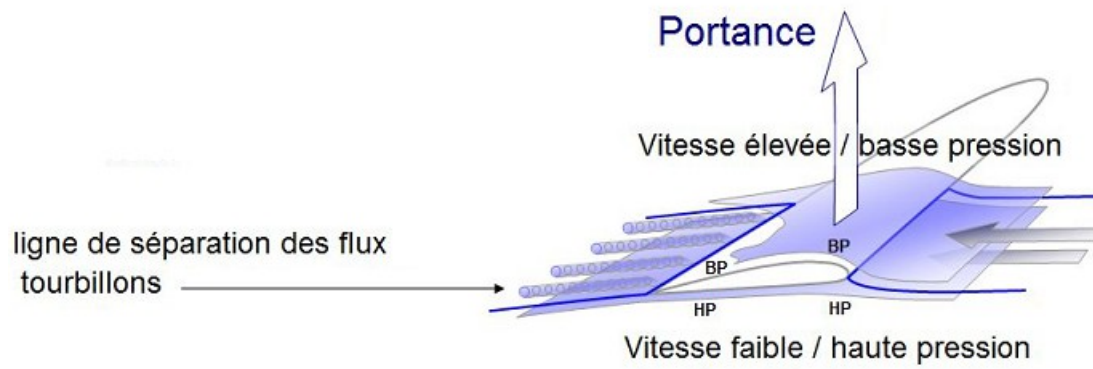


France - Pays Bas
Novembre 1981
Parc des Princes

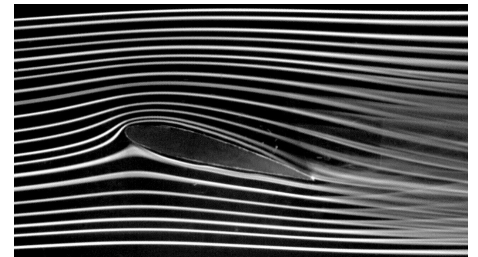


→ <https://www.ina.fr/ina-eclaire-actu/18-novembre-1981-france-pays-bas-le-but-de-platini>

6. Portance.



Inclinaison adaptée.
→ bonne portance



Inclinaison inadaptée.
→ Décrochage & turbulences.

