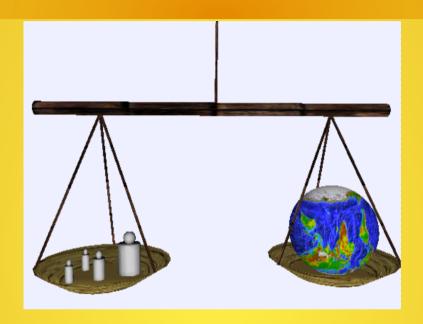
### La balance à peser la Terre



### Charles de IZARRA, Professeur des universités, INSA Centre Val de Loire

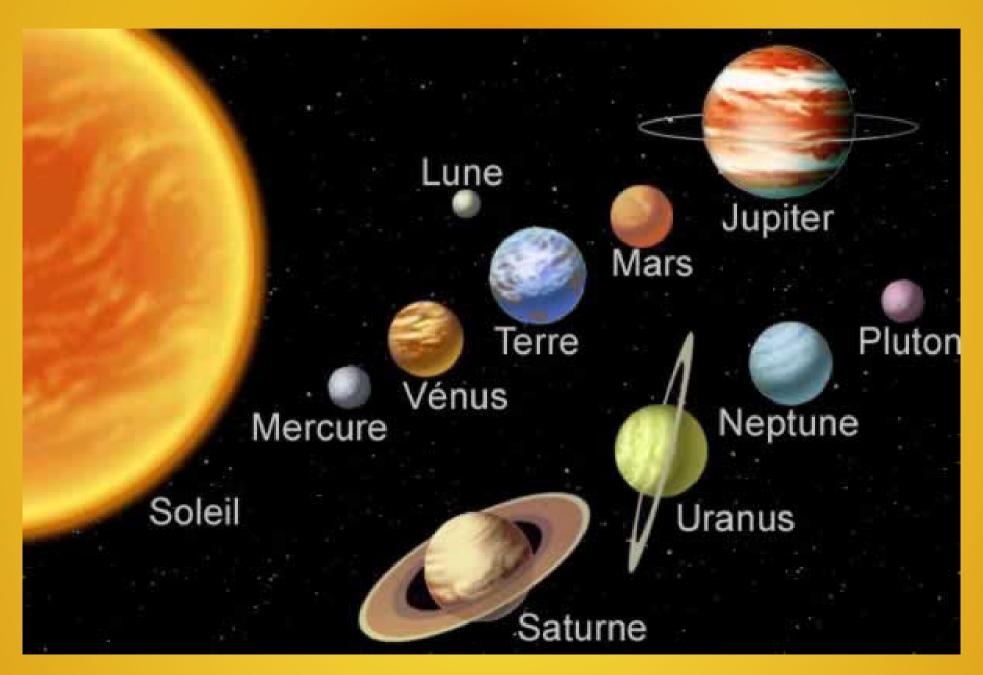
Responsable du campus de Bourges Directeur du département ERE

Journées académiques de physique-chimie Bourges, 18 & 19 avril 2018 INSA Centre Val de Loire

### Plan de la présentation

- La Terre : notre « vaisseau spatial »
- La gravitation universelle
- La gravitation universelle sur Terre : le Poids
- Les trois mesures qui mènent à la masse de la Terre
  - Mesure de la constante de Gravitation G
  - Mesure de l'accélération de la pesanteur g
  - Mesure du rayon de la Terre
- Masse de la Terre et ses conséquences
- Les mesures en physique...

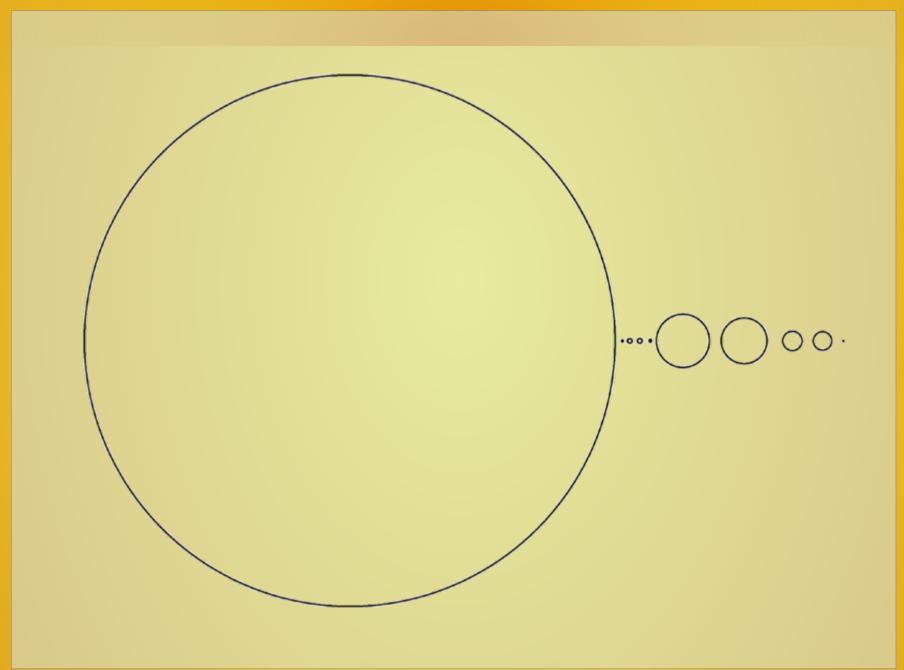
### La Terre



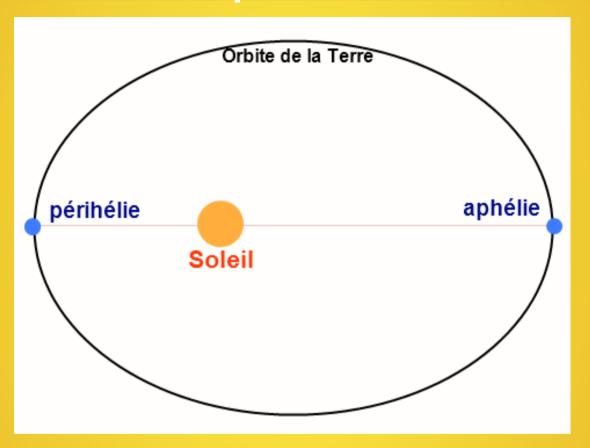
### À l'échelle



### En plus simple...



### Nous sommes sur un vaisseau spatial

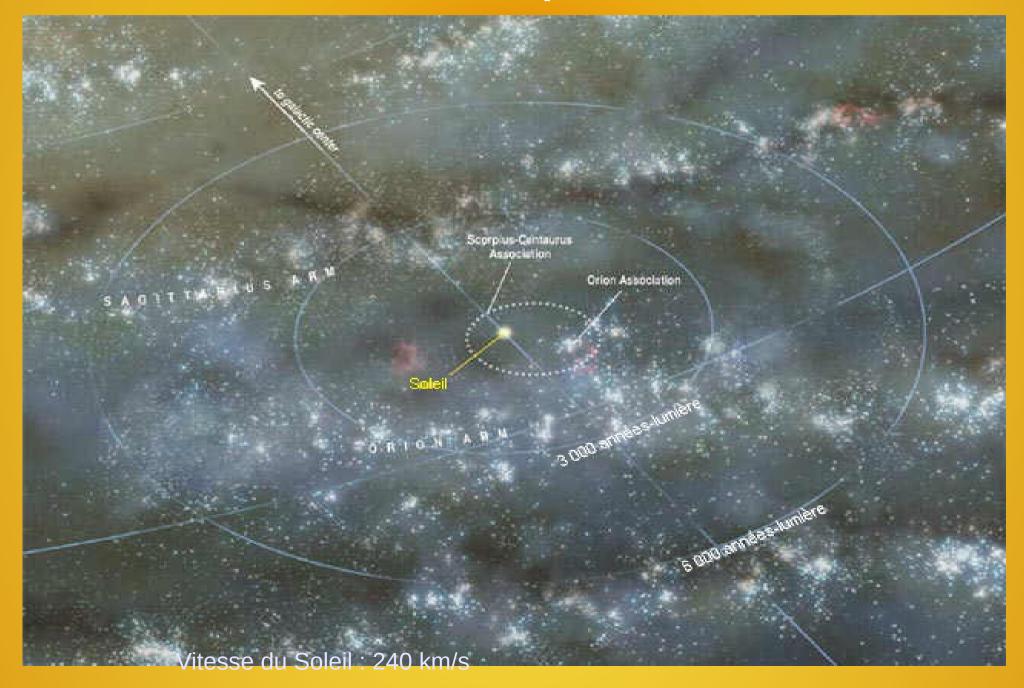


Les vitesses typiques :

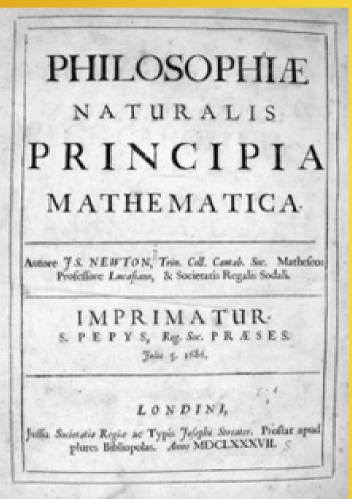
vitesse cosmique sur l'orbite : 30 km/s en moyenne.

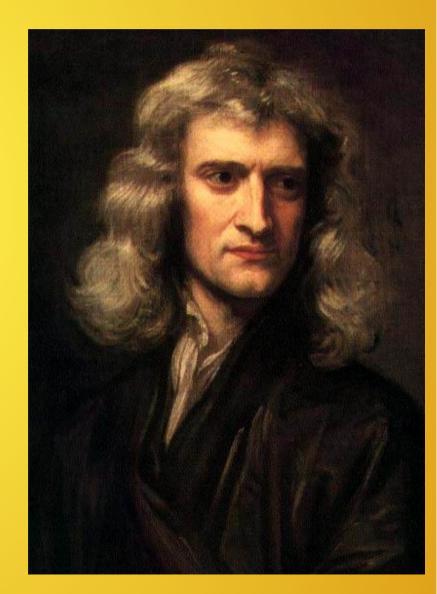
Vitesse de rotation (1 rotation en 24 heures) : à l'équateur vitesse de 465 m/s

### Et le tout se déplace aussi...



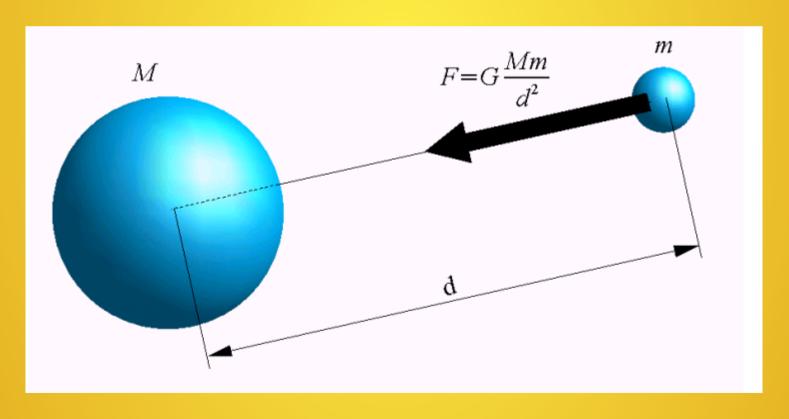
### La Gravitation Universelle en 1685 : Isaac Newton (4 janvier 1643 – 31 mars 1727 )





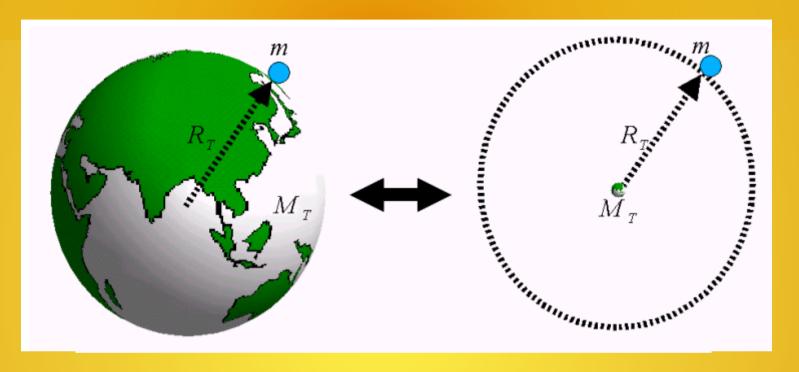
Js. Mrwlor

# Gravitation universelle : obtenue par Isaac Newton à partir des lois de Kepler (lois publiées en 1609 et 1618)



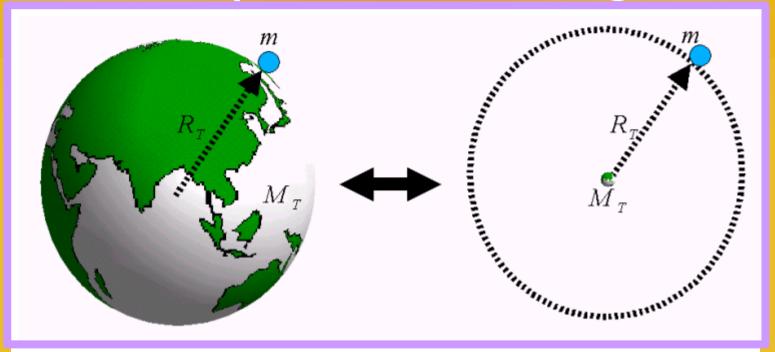
G : constante de gravitation

### Sur la Terre : gravitation = poids



- Un objet de masse m situé à la surface de la Terre est attiré par la Terre réduite à une masse ponctuelle, à la distance R<sub>τ</sub> (rayon de la Terre).
- Les propriétés du champ de gravitation (en 1/r²) permet de réduire les objets symétriques à des points
- Théorème de Gauss

### Le poids : P = mg



$$F = G \frac{M_T m}{R_T^2} \rightarrow P = mg$$

$$g = G \frac{M_T}{R_T^2} \quad M_T = \frac{g R_T^2}{G}$$

### En résumé... Il faut 3 mesures...

Mesures avec des pendules

Erathostène vers 276-vers 194 avant J.-C.

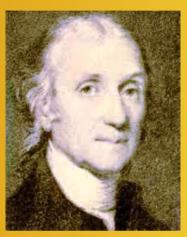
$$M_T = \frac{gR_T^2}{G}$$

Incertitudes : 
$$rac{\delta M_T}{M_T} = rac{\delta g}{g} + 2rac{\delta R_T}{R_T} + rac{\delta G}{G}$$

Travaux de Cavendish

### La mesure de G

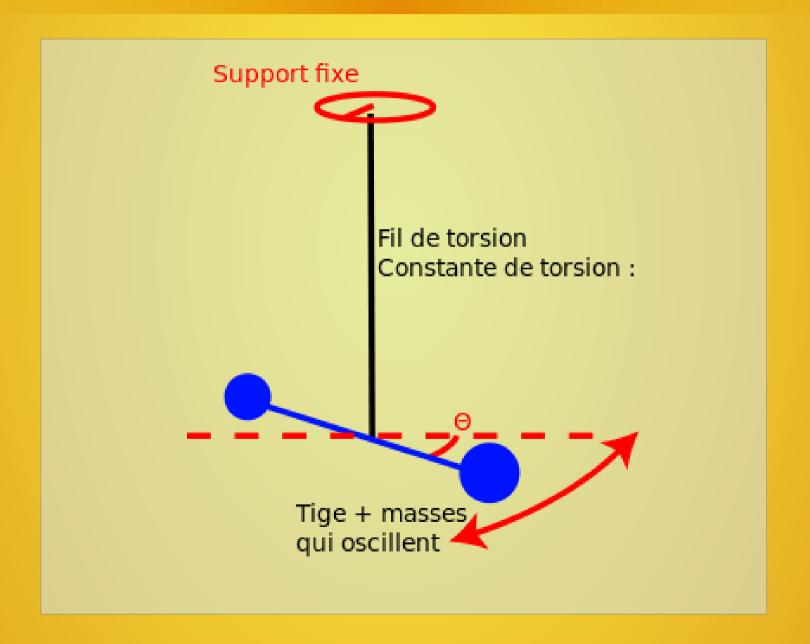
### L'expérience de Cavendish (1798)



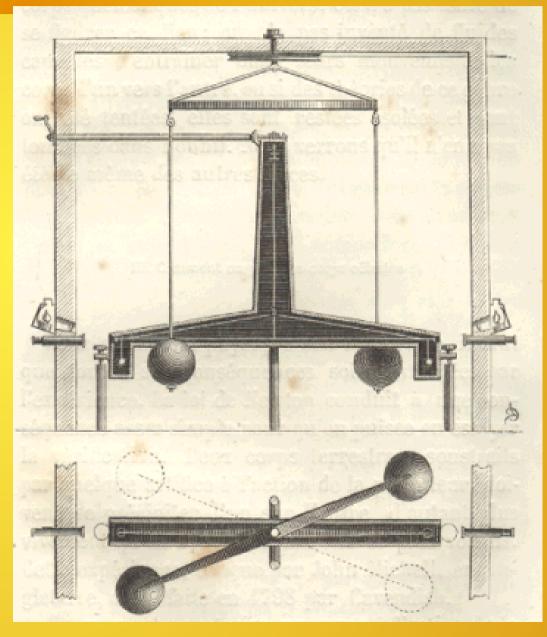


- Henry Cavendish
- 10 octobre 1731, Nice 24 février 1810, Londres
- Découvreur de l'hydrogène
- Théories sur les gaz
- Syndrome d'Asperger.

### Pendule de torsion imaginé par Mitchell



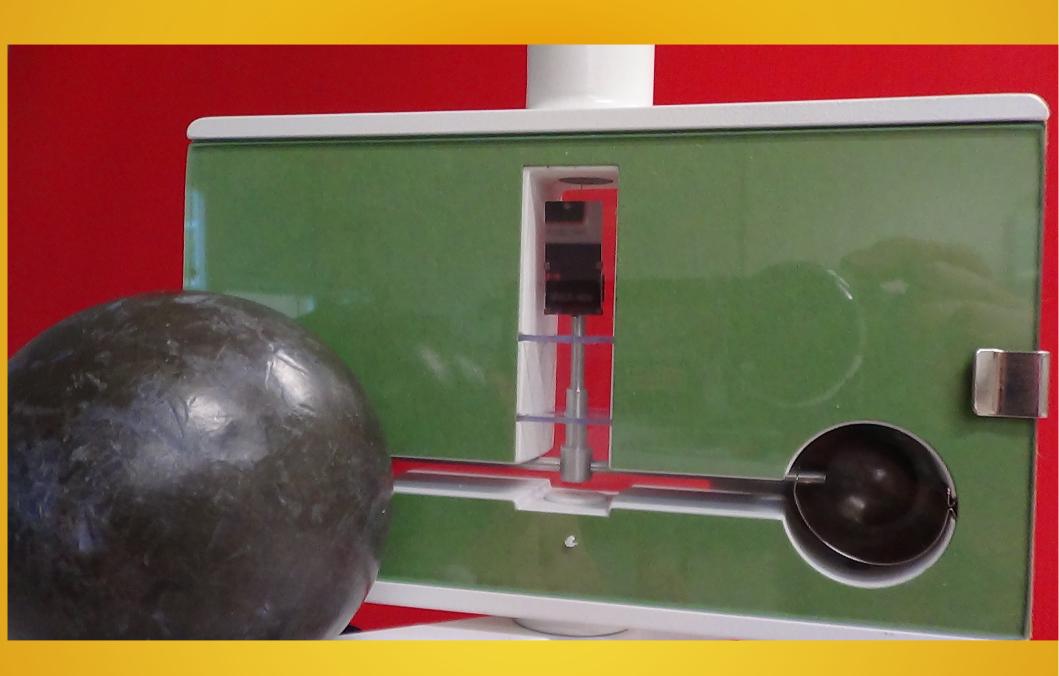


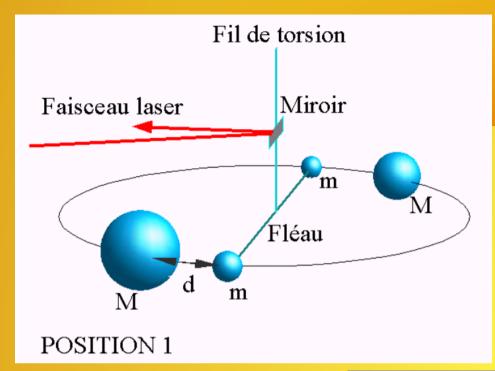


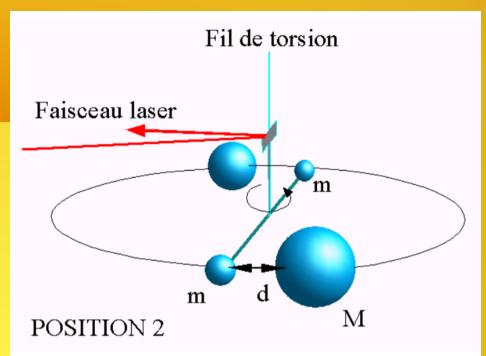


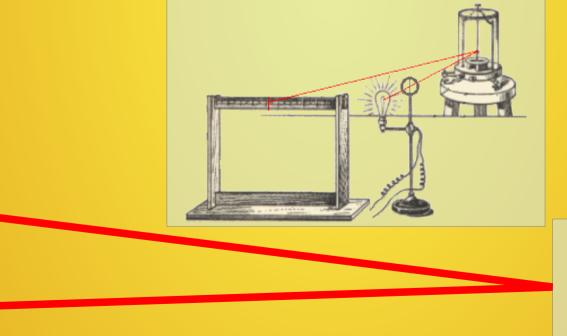


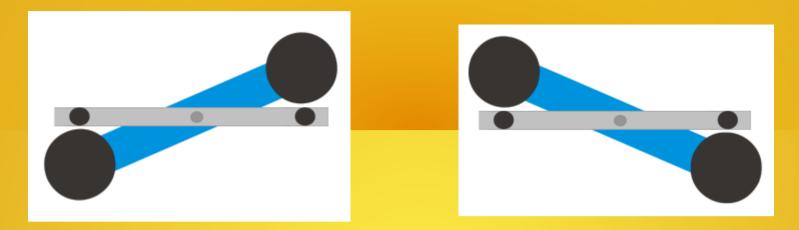


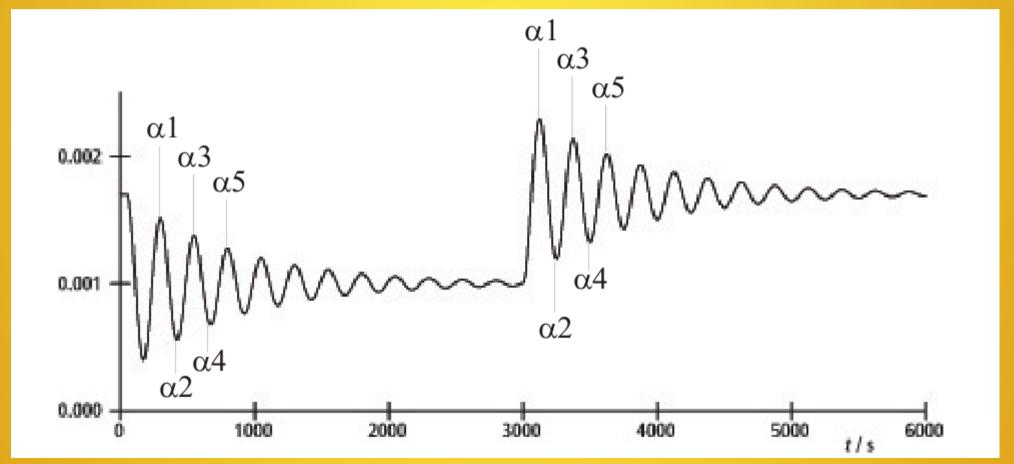












### Et voici le résultat...

$$G = 6.67234(14)10^{-11} m^3 kg^{-1}s^{-2}$$

#### A Simple Pendulum Determination of the Gravitational Constant

Harold V. Parks, James E. Faller

(Submitted on 19 Aug 2010 (v1), last reset 7 Sep 2010 (till version, v3))

We determined the Newtonian Concent of Gravit for G by interferometrically measuring the change in spacing between two free-hanging pendulum masses caused by the gravitational field. That get lungsten source masses. We find a value for G of (6.672 34 +/- 0.000 14) x 10^-11 m^3 kg^-1 s^-2. This value is in good agreement with the 1986 Committee on Data for Science and Technology (CODATA) value of (6.672 59 +/- 0.000 85) x 10^-11 m^3 kg^-1 s^-2 [Rev. Mod. Phys. 59, 1121 (1987)] but differs from some more recent determinations as well as the latest CODATA recommendation of (6.674 28 +/- 0.000 67) x 10^-11 m^3 kg^-1 s^-2 [Rev. Mod. Phys. 80, 633 (2008)].

Comments: 10 pages, 2 figures

Subjects: Classical Physics (physics.class-ph); General Relativity and Quantum Cosmology (gr-qc)

Journal reference: Phys. Rev. Lett. 105, 110801 (2010)
DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.110801

Report number: SAND 2010-5164J

Cite as: arXiv:1008.3203 [physics.class-ph]

(or arXiv:1008.3203v3 [physics.class-ph] for this version)

### La mesure de g (accélération de la pesanteur)

## Expérience de chute libre dans le vide : pas bon !

m

- Expérience de type « un tir » « One shot »
- Erreurs importantes sur les durées mesurées
- Frottements de l'air à prendre en compte...

$$s(t) = \frac{1}{2}gt^2$$

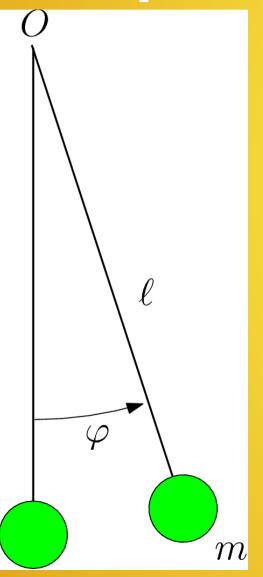




## Utilisation de pendules : cas particulier d'oscillateur mécanique

- Mesure de la période d'un pendule simple
- Phénomène répétitif, facile à mesurer
- PROBLÈME : théorie très complexe quand on passe du pendule mathématique au pendule réel
- Nécessité de procéder à de multiples corrections

## Le pendule simple ou pendule mathématique



$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{\ell}\sin\varphi = 0$$

Pour les « petits angles », on linéarise le sinus La période T du pendule est alors :

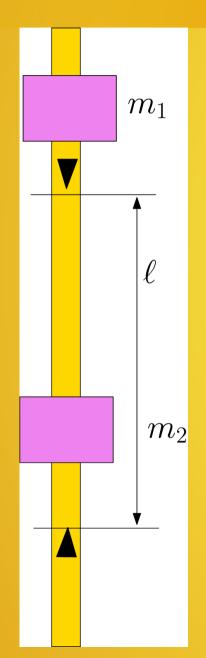
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

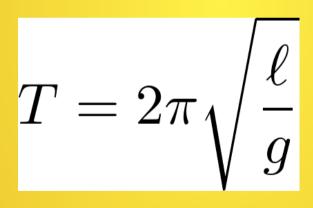
## Le pendule simple n'existe pas ...

- Difficultés de mesure précise de la longueur du pendule
- Le fil rigide, sans masse n'est pas réalisable
- Effet de rotation de la masse autour de l'axe du fil.

### Il existe une solution ...

### Le pendule composé réversible





- Pendule de Kater, copié par Desforges
- Pendule composé réversible
- Pendule analogue à un pendule simple de longueur facilement mesurable.

## Encore un problème : non isochronisme des oscillations du pendule

- La période d'un pendule dépend de l'amplitude de ses oscillations (non isochronisme)
- Il faut corriger les mesures de cet effet
- Intégrales elliptiques de Jacobi

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left(1 + \frac{\varphi_0^2}{16}\right)$$

$$g = 4\pi^2 \frac{\ell}{T^2} \left( 1 + \frac{\varphi_0^2}{16} \right)^2$$

### Un dernier petit soucis...

- Nécessité de corriger des effets de rotation de la Terre
- La force centrifuge tend à éjecter le pendule vers le haut
- Cette correction dépend de la latitude : elle est maximum à l'équateur terrestre.

### Au final...

$$g = 9.780327 \left( 1 + 5.302410^{-3} \sin^2(\varphi) - 5.810^{-6} \sin^2(2\varphi) - 3.08610^{-7} h \right)$$

 $g(m/s^2)$ 

 $\varphi$ : latitude(rad)

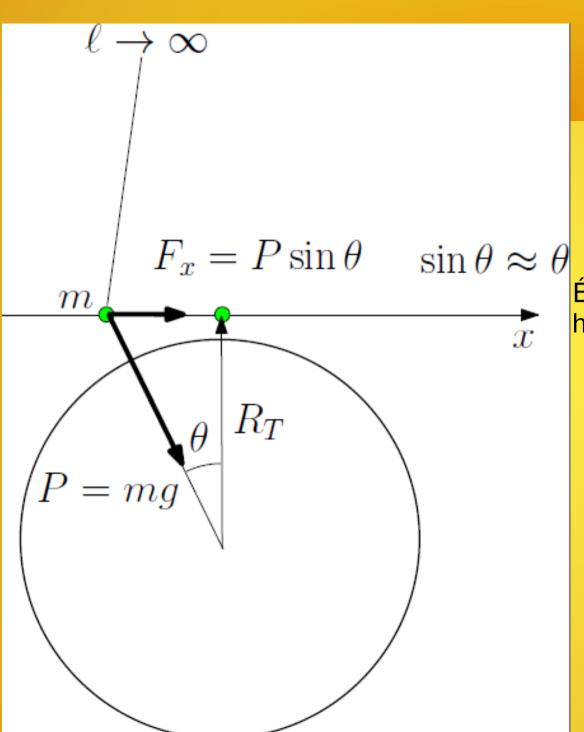
 $h: \operatorname{altitude(m)}$ 

### Une curiosité sur les pendules simples

 Quelle est la plus longue période que l'on peut envisager sur Terre ?

• La période : 
$$T=2\pi\sqrt{rac{\ell}{g}}$$

• Il faut augmenter la longueur du pendule.



Position  $x = R_T \theta$ 

$$m\ddot{x} = -m\frac{M_TG}{R_T^2}\frac{x}{R_T}$$

Équation de mouvement d'un oscillateur harmonique de période :

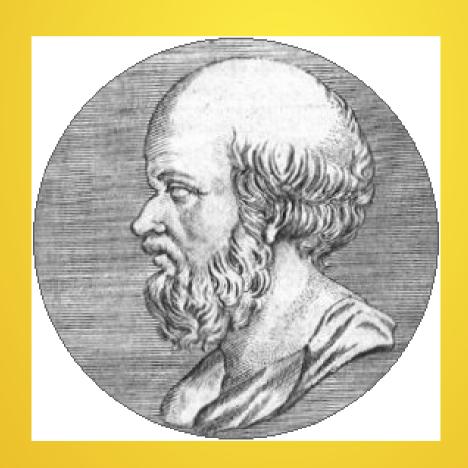
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R_T^3}{M_T G}}$$

T = 85 minutes

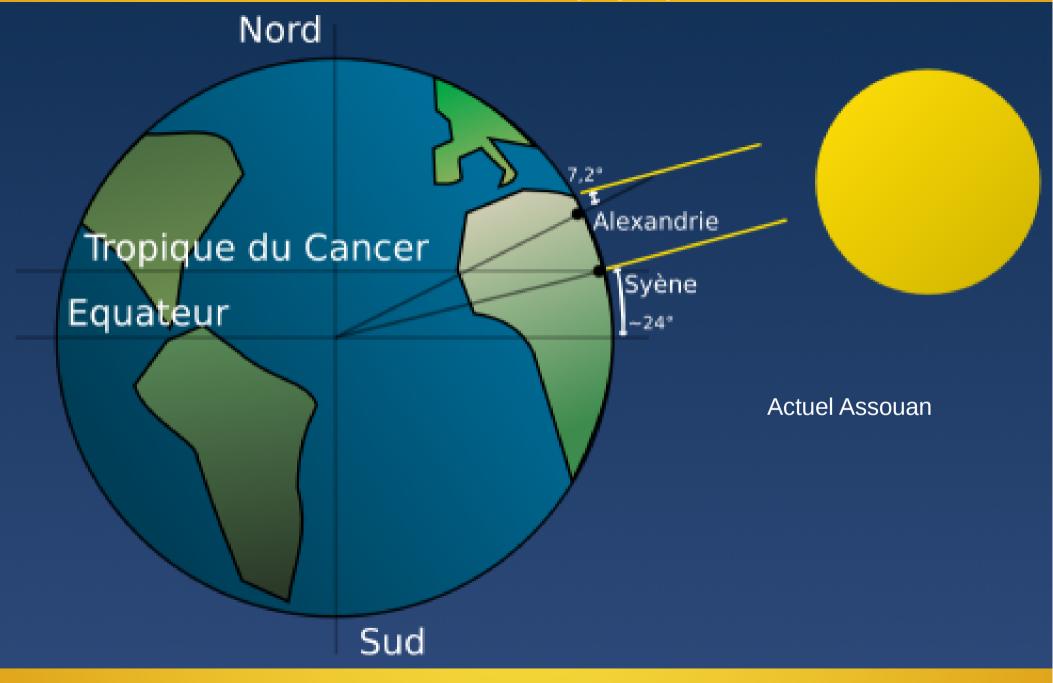
### Mesure du rayon de la Terre

### Méthode d'Erathostène

- Astronome, philosophe... grec
- -273 -174 av. JC



#### Solstice d'été (21 juin)



### Longueur arc = Rt x Angle

$$R = 6371 km$$

#### Masse de la Terre

$$M_T = \frac{gR_T^2}{G} = 5.9742 \ 10^{24} \text{kg}$$

### Masse volumique moyenne

$$\rho = 5.46 \ 10^3 \text{kg/m}^3$$

### Conclusion

- La physique ne permet de ne mesurer que trois types de grandeurs :
  - Les durées
  - Les longueurs
  - Les forces.
- La masse de la Terre et ses dimensions sont optimales pour garder une atmosphère
- D'autres types de mesures ont été envisagées, mais moins précises.

### Avant de terminer... 6 10<sup>24</sup> kg: c'est beaucoup?

- Imaginons un dispositif permettant de prélever chaque seconde une masse de 1000 tonnes à une masse égale à 6 10<sup>24</sup> kg.
- Pour épuiser la masse proposée, il faut une durée égale à 190 milliards d'années.

